

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА, ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ  
РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В. ЛОМОНОСОВА  
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

*На правах рукописи*

СКИПЕТРОВ СЕРГЕЙ ЕВГЕНЬЕВИЧ

**ДИФФУЗИОННО-ВОЛНОВАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ  
В СРЕДАХ С ПРОСТРАНСТВЕННО НЕОДНОРОДНОЙ  
ДИНАМИКОЙ РАССЕЙВАТЕЛЕЙ**

Специальность 01.04.21 — лазерная физика

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель — канди-  
дат физико-математических наук  
доцент Чесноков Сергей Сергеевич

Москва — 1998

## Содержание

<b>Введение</b>	<b>5</b>
<b>I Многократное рассеяние света в случайно-неоднородных средах. Диффузионно-волновая спектроскопия</b>	<b>15</b>
1.1 Методы теоретического описания процессов многократного рассеяния световых волн в случайно-неоднородных средах . . . . .	15
1.1.1 Метод диаграмм . . . . .	16
1.1.1.1 Диаграммный ряд для средней функции Грина. Уравнение Дайсона . . . . .	18
1.1.1.2 Диаграммный ряд для функции когерентности. Уравнение Бете-Солпитера . . . . .	20
1.1.1.3 Приближение Бурре и лестничное приближение . . . . .	21
1.1.1.4 Веерные диаграммы . . . . .	22
1.1.2 Метод уравнения переноса . . . . .	22
1.1.2.1 Общий вид уравнения переноса излучения	23
1.1.2.2 Метод сферических гармоник . . . . .	24
1.1.2.3 Диффузионное приближение . . . . .	26
1.1.2.4 Граничные условия для средней интенсивности . . . . .	27
1.1.2.5 Уравнение переноса для функции временной когерентности . . . . .	29
1.1.3 Метод интегралов по траекториям . . . . .	30
1.1.3.1 Рассеяние на броуновских частицах . . . . .	30
1.1.3.2 Рассеяние на потоках частиц . . . . .	31
1.1.3.3 Метод Монте-Карло . . . . .	33

1.2	Диффузионно-волновая спектроскопия . . . . .	33
1.2.1	Основы диффузионно-волновой спектроскопии . . . . .	34
1.2.2	Диффузионно-волновая спектроскопия в условиях направленных потоков рассеивателей . . . . .	36
1.2.2.1	Диффузионно-волновая спектроскопия в сдвиговом потоке . . . . .	36
1.2.2.2	Диффузионно-волновая спектроскопия в пуазейлевском потоке . . . . .	38
1.2.2.3	Диффузионно-волновая спектроскопия в турбулентном потоке . . . . .	38
1.2.3	Применения диффузионно-волновой спектроскопии . . . . .	40
1.2.4	Некоторые современные тенденции в развитии диффузионно-волновой спектроскопии . . . . .	41
	Выводы к главе I . . . . .	42
<b>II Динамическое многократное рассеяние света в много- слойных мутных средах</b>		<b>44</b>
2.1	Уравнение диффузии для временной автокорреляционной функции . . . . .	44
2.1.1	Диффузия временной корреляции . . . . .	45
2.1.2	Граничные условия для $G_1(\mathbf{r}, \tau)$ . . . . .	48
2.2	Аналитическое решение задачи динамического много- кратного рассеяния света в многослойной среде . . . . .	50
2.2.1	Решение для произвольного числа слоев $N$ . . . . .	50
2.2.2	Частные случаи $N = 1, 2, 3$ . . . . .	54
2.2.3	Основные результаты для двухслойной среды . . . . .	55
2.2.4	Основные результаты для трехслойной среды . . . . .	57
2.2.5	Влияние поглощения на временную корреляцию рассеянного света . . . . .	61

2.3	Метод Монте-Карло в задаче о динамическом многократном рассеянии света . . . . .	65
2.3.1	Принцип моделирования . . . . .	65
2.3.2	Изотропное рассеяние . . . . .	68
2.3.3	Анизотропное рассеяние . . . . .	70
	Выводы к главе II . . . . .	73

**III Возможности локализации и диагностики динамических неоднородностей в мутных средах** **75**

3.1	Диффузия временной корреляции с учетом направленных потоков рассеивателей . . . . .	76
3.2	Теоретический анализ . . . . .	77
3.2.1	Расчет $\tau_f$ . . . . .	79
3.2.2	Граничные условия и источники излучения . . . . .	80
3.2.3	Аналитические выражения для $G_1(\tau)$ . . . . .	81
3.3	Сравнение теоретических результатов с экспериментальными — I . . . . .	84
3.3.1	ДВС в присутствии локализованного в пространстве ламинарного потока рассеивателей . . . . .	85
3.3.2	ДВС при наличии в среде области с менее интенсивным броуновским движением рассеивателей . . . . .	89
3.4	Сравнение теоретических результатов с экспериментальными — II . . . . .	94
3.4.1	ДВС в присутствии локализованного в пространстве ламинарного потока рассеивателей . . . . .	94
3.4.2	Возможность использования ДВС для изучения различных типов динамики рассеивающих свет частиц . . . . .	98
	Выводы к главе III . . . . .	100

<b>IV</b>	<b>Динамическое многократное рассеяние в условиях светоиндуцированного движения рассеивателей</b>	<b>102</b>
4.1	Эффекты лазерного ускорения микрочастиц . . . . .	104
4.2	Возможности диагностики светоиндуцированного движения частиц в концентрированных суспензиях методами диффузионно-волновой спектроскопии . . . . .	106
4.2.1	Постановка задачи . . . . .	106
4.2.2	Расчет рассеяния на светоиндуцированном потоке	109
4.2.3	Возможность диффузионно-волновой спектроскопии в светоиндуцированных потоках . . . . .	113
4.3	Роль пондеромоторного действия света в задачах диффузионно-волновой спектроскопии . . . . .	116
4.3.1	Постановка задачи . . . . .	116
4.3.2	Расчет временной корреляционной функции . . . . .	119
4.3.3	Обсуждение результатов . . . . .	124
	Выводы к главе IV . . . . .	128
	<b>Основные результаты и выводы</b>	<b>129</b>
	<b>Приложения</b>	<b>133</b>
	А. Фазовая функция Хени-Гринштейна . . . . .	133
	Б. Условия проведения эксперимента – I . . . . .	133
	В. Условия проведения эксперимента – II . . . . .	135
	<b>Литература</b>	<b>138</b>

## Введение

Одной из актуальных задач современной лазерной физики является изучение многократного рассеяния когерентного оптического излучения в случайно-неоднородных мутных средах. В последнее время интерес к этой области исследований значительно повысился в связи с возрастающим значением методов лазерной диагностики в медицинских и промышленных приложениях.

**Актуальность темы исследования.** Уже сравнительно давно известны методы оптической диагностики случайно-неоднородных мутных сред, основанные на анализе однократно рассеянного излучения (см., например, [1–13]). Эти методы к настоящему моменту достаточно хорошо развиты и с успехом применяются, например, для диагностики биологических сред [14–20]. В средах с высокой концентрацией рассеивающих центров, однако, интенсивность однократно рассеянного излучения оказывается слишком низкой, либо слишком сложным оказывается извлечение интересующей исследователя информации о среде из характеристик этого излучения. В такой ситуации целесообразным оказывается анализ многократно рассеянного излучения [19–24].

Одной из методик, предназначенных для оптической диагностики многократно рассеивающих свет случайно-неоднородных сред, является так называемая диффузионно-волновая спектроскопия (ДВС). Применяющий ДВС исследователь измеряет временную автокорреляционную функцию  $G_2(t, \tau) = \langle I(t)I(t + \tau) \rangle$  интенсивности света, многократно рассеянного в образце случайно-неоднородной мутной среды, произ-

водит интерпретацию полученных в различных условиях зависимостей  $G_2(t, \tau)$  на основе соответствующей теоретической модели и, наконец, делает выводы об интересующих его характеристиках среды (таких, например, как средний размер рассеивающих свет частиц, их распределение по размерам, характерные скорости движения и т.п.). Разработка теоретической модели, адекватно описывающей конкретную экспериментальную ситуацию, является одним из наиболее важных этапов описанной процедуры.

К началу выполнения настоящей работы теоретические основы ДВС случайно-неоднородных сред были достаточно хорошо проработаны и проверены экспериментально только в условиях *макроскопически однородных* сред, т.е. сред, в которых характеристики рассеивающих свет частиц и характер их движения неизменны во всем объеме (см., например, [22–28]). Поэтому методика ДВС могла успешно применяться только при условии, что имеется возможность получения более или менее однородного образца среды. Вместе с тем, во многих случаях желательным оказывается проведение диагностики сред с пространственно неоднородной динамикой рассеивателей, т.е. сред, разные области которых либо состоят из различных частиц, либо содержат одинаковые частицы, характер движения которых различен. Такая “сложная” геометрия образца может быть как задана самой природой (например, при диагностике кровотока в сосудах, скрытых под слоем кожи, который, в свою очередь, сам имеет сложную структуру), так и возникать в среде под действием лазерного излучения вследствие ускорения частиц среды в световом поле. В этом случае представляет интерес не только спектроскопия составляющих среду частиц, но и выяснение макроскопической структуры среды: локализация макроскопических включений, визуализация потоков и т.п.

**Цель работы.** Общая задача настоящей работы состояла в те-

оретическом анализе временной автокорреляционной функции когерентного лазерного излучения, многократно рассеянного в случайно-неоднородной мутной среде с *пространственно неоднородной динамикой рассеивателей*; сравнении теоретических результатов с экспериментальными; предсказании новых эффектов, следующих из теоретической модели, но пока не обнаруженных экспериментально; и, таким образом, в теоретическом обосновании применения методики ДВС в средах с пространственно неоднородной динамикой рассеивателей.

Конкретные задачи исследования включали в себя:

1. Теоретический анализ динамического рассеяния света в многослойной случайно-неоднородной среде, в пределах каждого из слоев которой рассеяние является существенно многократным. Целью такого анализа являлось изучение влияния макроскопической неоднородности среды на корреляционные свойства многократно рассеянного света.
2. Теоретический расчет и последующий анализ временной корреляционной функции излучения, многократно рассеянного в случайно-неоднородной мутной среде с локализованным в пространстве потоком рассеивателей; сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными других научных групп для выяснения адекватности теоретической модели реальным физическим процессам, происходящим в условиях многократного рассеяния.
3. Изучение возможности локализации и диагностики макроскопических неоднородностей, скрытых в толще образца и отличающихся от окружающей их случайно-неоднородной среды только динамикой составляющих их частиц (“динамических” неоднородностей); определение максимальной достижимой точности в опре-

делении размера и положения динамических неоднородностей методами ДВС.

4. Теоретический анализ динамического многократного рассеяния света при наличии в среде индуцированных лазерным излучением потоков. Целью анализа являлась разработка модификации ДВС, предназначенной для изучения эффектов лазерного ускорения микрочастиц в концентрированных суспензиях.
5. Выяснение роли эффектов лазерного ускорения микрочастиц в экспериментах по динамическому многократному рассеянию света; т.е. анализ многократного рассеяния лазерного излучения на им же самим индуцированном потоке рассеивателей.

**Научная новизна и положения, выносимые на защиту.** В настоящей работе впервые проведено теоретическое исследование временной автокорреляционной функции когерентного лазерного излучения, многократно рассеянного в случайно-неоднородной мутной среде с пространственно неоднородной динамикой рассеивателей. На защиту выносятся следующие положения:

1. Временная корреляция света, многократно рассеянного в случайно-неоднородной мутной среде с макроскопически неоднородной динамикой рассеивателей (в том числе, при наличии в среде локализованных в пространстве потоков рассеивателей), с достаточной точностью описывается диффузионной моделью в случаях, когда роль рассеяния низких порядков мала.
2. Полученные автором общие аналитические выражения позволяют рассчитать временную автокорреляционную функцию излучения, многократно рассеянного в многослойной случайно-неоднородной мутной среде, состоящей из произвольного числа слоев.
3. Методы ДВС применимы для локализации и диагностики мак-

роскопических динамически неоднородных областей в толще случайно-неоднородных мутных сред (в том числе и для визуализации потоков). В условиях типичных экспериментов анализ временной корреляции диффузно отраженного света позволяет получать информацию о неоднородной области до тех пор, пока она расположена не далее, чем на расстоянии  $15 \div 20$  транспортных длин свободного пробега фотона  $\ell^*$  от границы среды; геометрические размеры и положение динамически неоднородной области могут быть определены с точностью  $1 \div 5\ell^*$ .

4. Предложенная и теоретически обоснованная автором модификация ДВС дает возможность использовать методы ДВС для изучения эффектов лазерного ускорения микрочастиц в концентрированных суспензиях. При этом средняя скорость частиц в светоиндуцированном потоке может быть определена на основе анализа временной автокорреляционной функции многократно рассеянного в суспензии излучения.
5. В соответствии с теоретическими расчетами, выполненными автором, индуцированное лазерным излучением направленное движение рассеивающих центров в случайно-неоднородной среде приводит к уменьшению времени когерентности многократно рассеянного излучения. Эффект описывается полученными в диссертации аналитическими выражениями для временной автокорреляционной функции рассеянного света.
6. Характерная мощность сильно сфокусированного лазерного пучка, при которой эффекты лазерного ускорения микрочастиц будут играть важную роль в экспериментах по динамическому многократному рассеянию света в концентрированных суспензиях, составляет величину порядка  $1 \div 10$  Вт.

### **Практическая ценность результатов диссертации:**

1. Результаты, касающиеся рассеяния света в многослойных средах, могут быть использованы при разработке оптических методов диагностики ожогов.<sup>1</sup>
2. Результаты исследований динамического многократного рассеяния света в случайно-неоднородных средах с локализованными в пространстве потоками рассеивателей могут найти применение при разработке методов *in vivo* диагностики кровотока в крупных сосудах и капиллярах.<sup>2</sup>
3. Предложенная в работе модификация метода ДВС, предназначенная для изучения эффектов лазерного ускорения микрочастиц в концентрированных суспензиях, может быть использована для измерения скоростей движения ускоренных лазерным излучением частиц. Полученная таким образом информация может иметь большое значение в связи с интересом к механизмам лазерного ускорения микрочастиц в суспензиях.
4. На основе проведенного в работе анализа роли эффектов лазерного ускорения микрочастиц в условиях многократного рассеяния излучения в суспензии установлено, что рамки применимости известной на сегодня теоретической модели ДВС ограничены ситуациями, когда мощность сильно сфокусированного лазерного пучка, падающего на среду, не превышает величину порядка  $1 \div 10$  Вт. При бóльших мощностях необходимо принимать во внимание ускорение частиц среды под действием лазерного излучения.

---

<sup>1</sup>Соответствующие исследования ведутся, например, группой А. Йода [А. Yodh] (Университет Пенсильвании, Филадельфия, США).

<sup>2</sup>Соответствующие исследования ведутся, например, группами А. Йода [А. Yodh], В.В. Тучина (Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия) и А.В. Приезжева (Московский государственный университет, Москва, Россия).

**Апробация работы.** Изложенные в диссертации результаты докладывались и обсуждались на Международной конференции студентов и аспирантов по фундаментальным наукам “Ломоносов-97” (Москва, Россия, 1997 г.), Второй международной конференции “Новые лазерные технологии и применения лазеров” (Олимпия, Греция, 1997 г.), IV Симпозиуме “Оптика атмосферы и океана” (Томск, Россия, 1997 г.), Молодежной научной школе по оптике, лазерной физике и оптоэлектронике “Проблемы оптической физики” (Саратов, Россия, 1997 г.), Школе НАТО “Диффузионные волны в сложных средах” (Лезуш, Франция, 1998 г.), XVI Международной конференции по когерентной и нелинейной оптике (Москва, Россия, 1998 г.), Международной конференции по биомедицинской оптике “BiOS Europe’98. The European Biomedical Optics Week” (Стокгольм, Швеция, 1998 г.), Международном междисциплинарном научном семинаре и осенней школе молодых ученых “Методы светорассеяния в механике, биомедицине и материаловедении” (Саратов, Россия, 1998 г.). Кроме того, часть результатов докладывалась автором на объединенном семинаре кафедры общей физики и волновых процессов физического факультета МГУ и Международного учебно-научного лазерного центра МГУ, на семинаре Оптического отдела ФИАН им. П.Н. Лебедева, на семинаре УНЦ “Оптика и спектроскопия”.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 17 научных работ, в том числе статьи:

1. Skipetrov S.E., Maynard R. Dynamic multiple scattering of light in multilayer turbid media. *Phys. Lett. A*, 1996, v. **217**, № 2,3, p. 181–185.
2. Heckmeier M., Skipetrov S.E., Maret G., Maynard R. Imaging of dynamic heterogeneities in multiple-scattering media. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1997, v. **14**, № 1, p. 185–191.

3. Skipetrov S.E., Kazaryan M.A., Korotkov N.P., Zakharov S.D. Diagnostics of laser-induced particle motion in dense random media using temporal field correlation. *J. Moscow Phys. Soc.*, 1997, v. **7**, № 4, p. 411–420.
4. Скипетров С.Е., Чесноков С.С. Возможности локализации и диагностики динамических неоднородностей в сильно рассеивающих свет мутных средах. *Оптика атмосферы и океана*, 1997, т. **10**, № 12, с. 1493–1499.
5. Skipetrov S.E., Maynard R. Diffusing wave spectroscopy in dynamically heterogeneous random media. In: *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> GR-I International Conference on New Laser Technologies and Applications* (Olympia, Greece, June 1–4, 1997), ed. Carabelas A. *Proc. SPIE*, 1998, v. **3423**, p. 252–257.
6. Skipetrov S.E., Kazaryan M.A., Korotkov N.P., Zakharov S.D. Multiple light-scattering probes of laser-induced particle flows in random media: theoretical consideration. *Physica Scripta*, 1998, v. **57**, № 3, p. 416–419.
7. Скипетров С.Е., Меглинский И.В. Диффузионно-волновая спектроскопия в случайно-неоднородных средах с локализованными в пространстве потоками рассеивателей. *ЖЭТФ*, 1998, т. **113**, вып. 4, с. 1213–1222.
8. Скипетров С.Е., Чесноков С.С., Захаров С.Д., Казарян М.А., Коротков Н.П., Щеглов В.А. Многократное динамическое рассеяние лазерного излучения на светоиндуцированной струе микрочастиц в суспензии. *Квантовая Электроника*, 1998, т. **25**, № 5, с. 447–451.
9. Скипетров С.Е., Чесноков С.С., Захаров С.Д., Казарян М.А., Щеглов В.А. Пондеромоторное действие света в задаче о многократном рассеянии света в случайно-неоднородной среде. *Письма в*

*ЖЭТФ*, 1998, т. **67**, №9, с. 611–615.

10. Skipetrov S.E. Effect of absorption on temporal correlation of light scattered from turbid medium. *Opt. Commun.*, 1998, v. **152**, № 4–6, p. 229–232.
11. Скипетров С.Е., Чесноков С.С. Анализ методом Монте-Карло применимости диффузионного приближения для анализа динамического многократного рассеяния света в случайно-неоднородных средах. *Квантовая Электроника*, 1998, т. **25**, № 8, с. 753–757.

и тезисы докладов на конференциях:

12. Skipetrov S.E., Maynard R. Diffusing wave spectroscopy in dynamically heterogeneous media. In: *2<sup>nd</sup> GR-I International Conference on New Laser Technologies and Applications. Abstracts of reports* (Olympia, Greece, June 1–4, 1997), p. 78–79.
13. Скипетров С.Е., Чесноков С.С. Возможности локализации и диагностики динамических неоднородностей в сильно рассеивающих свет мутных средах. В сборнике: *IV Симпозиум “Оптика атмосферы и океана”. Тезисы докладов* (ИОА СО РАН, Томск, 10–13 июня 1997 г.), с. 55–56.
14. Меглинский И.В., Скипетров С.Е. Диффузионно-волновая спектроскопия как вариант оптической корреляционной спектроскопии. В сборнике: *Проблемы оптической физики. Материалы молодежной научной Школы по оптике, лазерной физике и оптоэлектронике* (Саратов, Россия, ноябрь 1997 г.), с. 108–109.
15. Скипетров С.Е. Многократное рассеяние света в случайно-неоднородных средах со сложной динамической структурой. В сборнике: *Труды XI Всероссийской школы-конференции по дифракции и распространению волн* (МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, 12–15 января 1998 г.), с. 249.

16. Skipetrov S.E., Chesnokov S.S., Zakharov S.D., Kazaryan M.A., Korotkov N.P., Shcheglov V.A. Dynamic multiple scattering of laser radiation on light-induced flows of microparticles in suspension. In: *XVI International Conference on Coherent and Nonlinear Optics. Technical Digest* (Moscow, Russia, June 29–July 3, 1998), p. 139.
17. Skipetrov S.E., Chesnokov S.S., Meglinsky I.V., Tuchin V.V. Diffusing-wave spectroscopy of flows. In: *XVI International Conference on Coherent and Nonlinear Optics. Technical Digest* (Moscow, Russia, June 29–July 3, 1998), p. 290.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, выводов, приложений и списка литературы. Первая глава содержит обзор литературы по теме исследования, а в главах со второй по четвертую излагаются оригинальные результаты, полученные автором. Объем диссертации — 153 страницы, включая 24 рисунка, оглавление и список литературы, состоящий из 164 наименований.

---

# Глава I

## Многократное рассеяние света в случайно-неоднородных средах. Диффузионно-волновая спектроскопия

### 1.1 Методы теоретического описания процессов многократного рассеяния световых волн в случайно-неоднородных средах

Вследствие случайного расположения рассеивающих центров в случайно-неоднородных средах, напряженность электрического и индукция магнитного поля в рассеянной световой волне, также как и интенсивность рассеянного излучения, представляют из себя случайные функции пространственных координат  $\mathbf{r}$  и времени  $t$ . В связи с этим, основной интерес представляет статистический анализ рассеянного света, хотя случайные реализации вышеперечисленных случайных полей, соответствующие заданному распределению рассеивателей в среде, также могут быть вычислены, например, методом Монте-Карло. Аналитический расчет статистических моментов поля в условиях многократного рассеяния представляет собой достаточно сложную задачу. Для ее решения применяется большое количество различных подходов (см., например, обзоры [29–32]), основные из которых будут рассмотрены в настоящем разделе.

### 1.1.1 Метод диаграмм

Обзор методов теоретического описания процессов многократного рассеяния волн в случайно-неоднородных средах представляется разумным начать с методов, связанных с использованием аппарата квантовой теории поля. Эти методы называют также диаграммными, т.к. их применение предполагает построение так называемых диаграмм Фейнмана, являющихся, по сути, компактными символическими изображениями некоторых интегральных выражений. В то время, как некоторые из таких выражений могли бы потребовать для своей записи нескольких страниц, соответствующие диаграммы могут быть изображены весьма компактно. При достаточном навыке возможно произведение арифметических операций с диаграммами, суммирование состоящих из них последовательностей и т.п. без явного выписывания соответствующих интегралов, что порой сильно упрощает выкладки. Кроме того, диаграммы позволяют наглядно представить исследуемые физические процессы. Хотя впервые диаграммный метод был использован в квантовой электродинамике (см., например, [33]), он получил затем распространение в различных областях физики [34–39].

Диаграммные методы анализа многократного рассеяния являются наиболее строгими из известных, поскольку предполагают вычисление статистических моментов рассеянной световой волны непосредственно на основе анализа уравнений Максвелла, записанных в среде со случайными флуктуациями диэлектрической ( $\varepsilon$ ) и магнитной ( $\mu$ ) проницаемостей в пространстве и времени. В настоящей работе мы ограничимся рассмотрением случая, когда в среде отсутствуют сторонние заряды и токи. Тогда две пары уравнений Максвелла и материальные уравнения можно записать в виде [40, 41]:

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div}\mathbf{B} = 0, \quad (1.1)$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \operatorname{div}\mathbf{D} = 0, \quad (1.2)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H}, \quad (1.3)$$

где  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{B}$  — напряженности и индукции электрического и магнитного полей, соответственно, а  $c$  — скорость света в вакууме.

Будем считать среду немагнитной ( $\mu \equiv 1$ ) и изотропной, а неоднородность среды — заключенной в зависящей случайным образом от координат и времени диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(\mathbf{r}, t) = 1 + \varepsilon_1(\mathbf{r}, t)$ , где  $\varepsilon_1$  — случайная часть диэлектрической проницаемости. Поскольку в условиях многократного рассеяния излучение существенным образом деполаризуется [11, 42, 43], мы ограничимся скалярным приближением, т.е. пренебрежем векторным характером электромагнитных волн. Тогда уравнения (1.1–1.3) могут быть известным образом сведены к волновому уравнению [40, 41]:

$$\left[ \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (1 + \varepsilon_1(\mathbf{r}, t)) \right] E(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (1.4)$$

Поскольку волновое уравнение (1.4) по своему виду близко к уравнению Шредингера [44, 45], описывающему волновую функцию квантовомеханического объекта в случайном потенциале, для его анализа могут быть применены методы, аналогичные используемым в квантовой механике и квантовой теории поля [34]. Предположив, что  $E(\mathbf{r}, t)$  зависит от времени по гармоническому закону, и что  $\varepsilon_1(\mathbf{r}, t)$  медленно меняется с течением времени (т.е. на временах порядка светового периода, это так называемое адиабатическое приближение), получаем уравнение для функции Грина  $G$  уравнения (1.4) [29, 36, 37]:

$$[\nabla^2 + k^2 (1 + \varepsilon_1(\mathbf{r}, t))] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, t) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \quad (1.5)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  — оптическая длина волны,  $\delta$  — дельта-функция Дирака.

Поскольку решение  $E(\mathbf{r}, t)$  уравнения (1.4) при заданном распределении источников излучения всегда может быть выражено через функцию Грина  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, t)$ , остановимся на последней более подробно. Анализ статистических моментов функции Грина при помощи метода диаграмм достаточно детально описан в литературе (см., например, [30, 38]), здесь мы приведем лишь некоторые важные результаты.

### 1.1.1.1 Диаграммный ряд для средней функции Грина. Уравнение Дайсона

Решение уравнения (1.5) можно записать в виде бесконечного ряда, который при усреднении по ансамблю реализаций преобразуется к виду [29, 36, 37]

$$\begin{aligned} \bar{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, t) = & G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) + \\ & + k^4 \int \int G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) G_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) G_0(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_0) \langle \varepsilon_1(\mathbf{r}_1, t) \varepsilon_1(\mathbf{r}_2, t) \rangle d^3 r_1 d^3 r_2 + \\ & + k^8 \int \dots \int G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) G_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) G_0(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) G_0(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) G_0(\mathbf{r}_4, \mathbf{r}_0) \times \\ & \times [\langle \varepsilon_1(\mathbf{r}_1, t) \varepsilon_1(\mathbf{r}_2, t) \rangle \langle \varepsilon_1(\mathbf{r}_3, t) \varepsilon_1(\mathbf{r}_4, t) \rangle + \\ & + \langle \varepsilon_1(\mathbf{r}_1, t) \varepsilon_1(\mathbf{r}_3, t) \rangle \langle \varepsilon_1(\mathbf{r}_2, t) \varepsilon_1(\mathbf{r}_4, t) \rangle + \\ & + \langle \varepsilon_1(\mathbf{r}_1, t) \varepsilon_1(\mathbf{r}_4, t) \rangle \langle \varepsilon_1(\mathbf{r}_2, t) \varepsilon_1(\mathbf{r}_3, t) \rangle] d^3 r_1 \dots d^3 r_4 + \dots, \end{aligned} \quad (1.6)$$

где  $\bar{G}$  — средняя функция Грина и

$$G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \frac{\exp\{ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|\}}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} \quad (1.7)$$

— функция Грина однородной среды (“свободного пространства”). Для того, чтобы получить выражение (1.6), используют теорему взаимности ( $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, t) = G(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)$ ) [37] и считают случайное поле  $\varepsilon_1(\mathbf{r}, t)$  гауссовым с нулевым средним.

Будем считать случайные поля  $\varepsilon_1(\mathbf{r}, t)$  и  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, t)$  однородными по аргументу  $t$  (стационарными). Тогда  $\langle \varepsilon_1(\mathbf{r}_1, t_1) \varepsilon_1(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle$  будет зависеть

от разности  $t_1 - t_2$ , а  $\bar{G}$  не будет зависеть от времени  $t$ . Теперь введем символические обозначения:

$$G_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \overline{1 \quad 2}, \quad (1.8)$$

$$\bar{G}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \overline{\underline{1} \quad \underline{2}}, \quad (1.9)$$

$$k^4 \langle \varepsilon_1(\mathbf{r}_1, t_1) \varepsilon_1(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle = \bullet \overline{\underline{1} \quad \underline{2}} \bullet. \quad (1.10)$$

С использованием обозначений (1.8–1.10) ряд (1.6) можно переписать в виде (в формулах (1.11, 1.13) подразумевается  $t_1 = t_2 = t$ )

$$\begin{aligned} \overline{1 \quad 2} &= \overline{1 \quad 2} + \overline{1 \quad 2} + \overline{1 \quad 2} + \overline{1 \quad 2} + \dots \quad (1.11) \\ &\text{where the terms are diagrams with horizontal lines and vertical connections.} \end{aligned}$$

По координатам всех внутренних вершин в (1.11) необходимо производить интегрирование. Как легко заметить, каждому слагаемому в сумме (1.6) соответствует диаграмма в сумме (1.11).

Дальнейший анализ ряда (1.6, 1.11) производят исходя из топологии диаграмм. Диаграмму называют слабо связной, если ее можно разделить на две отдельные диаграммы, разорвав какую-либо одну линию  $G_0$ . Остальные диаграммы называют сильно связными. К слабо связным диаграммам относится, например, третье слагаемое в правой части (1.11), а остальные из изображенных членов этой бесконечной суммы являются сильно связными. Сумму всех сильно связных диаграмм, входящих в (1.11), обозначают через

$$\text{Diagram with a circle and two external lines} \quad (1.12)$$

где ядро массового оператора есть

$$\text{Diagram with a circle} = \text{Diagram with two lines and a dashed line} + \text{Diagram with two lines and two dashed lines} + \dots$$

$$+ \overbrace{\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---}}^{20} + \dots \quad (1.13)$$

Теперь несложно показать, что средняя функция Грина  $\bar{G}$  является решением интегрального уравнения, называемого уравнением Дайсона [37]:

$$\text{---} = \text{---} + \text{---} \circ \text{---} \quad (1.14)$$

### 1.1.1.2 Диаграммный ряд для функции когерентности. Уравнение Бете-Солпитера

Кроме средней функции Грина, определенный интерес представляет также функция корреляции двух полей, создаваемых точечными источниками, расположенными в точках  $\mathbf{r}'_0$  и  $\mathbf{r}''_0$ :

$$\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}''; \mathbf{r}'_0, \mathbf{r}''_0; t', t'') = \langle G(\mathbf{r}', \mathbf{r}'_0, t') G^*(\mathbf{r}'', \mathbf{r}''_0, t'') \rangle. \quad (1.15)$$

Для того, чтобы найти  $\Gamma$ , следует перемножить два ряда для неусредненной функции Грина, получающихся в результате решения уравнения (1.5) методом последовательных приближений, а затем усреднить результат. Достаточно громоздкие преобразования приводят к уравнению Бете-Солпитера [32, 35–37]:

$$\boxed{\Gamma} = \text{---} + \text{---} \boxed{K} \text{---} \boxed{\Gamma} \quad (1.16)$$

Здесь введены обозначения:

$$\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}''; \mathbf{r}'_0, \mathbf{r}''_0; t', t'') = \boxed{\Gamma}, \quad (1.17)$$

$$\boxed{K} = \text{---} + \text{---} + \text{---} + \text{---} + \dots \quad (1.18)$$

Функцию  $K$  называют ядром оператора интенсивности. Перечеркнутые линии в (1.16, 1.18) изображают комплексно сопряженные функции Грина.

### 1.1.1.3 Приближение Бурре и лестничное приближение

В приближении Бурре сумму сильно связанных диаграмм (1.12) находят, взяв для ядра массового оператора лишь первый член ряда (1.13). При этом уравнение (1.14) преобразуется и может быть решено методом последовательных приближений. В результате, получают выражение для средней функции Грина [37]:

$$\bar{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \frac{\exp \{i k_{eff} |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|\}}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}. \quad (1.19)$$

Явное выражение для  $k_{eff}$  в общем случае довольно громоздко [37]. Его, однако, можно упростить, задавшись определенным выражением для корреляционной функции случайного поля диэлектрической проницаемости в среде,

$$C(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, t_1 - t_2) = k^4 \langle \varepsilon_1(\mathbf{r}_1, t_1) \varepsilon_1(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle. \quad (1.20)$$

Для среды, состоящей из рассеивающих свет частиц, размер которых много меньше длины волны излучения, хаотически блуждающих по закону броуновского движения с коэффициентом диффузии  $D_B$ , Фурье-образ корреляционной функции (1.20) есть [46, 47]

$$C(\mathbf{q}, t_1 - t_2) = \Delta \exp \{-q^2 D_B |t_1 - t_2|\}, \quad (1.21)$$

где  $\Delta = (4\pi\alpha)^2 n k^2$ ,  $\alpha$  — поляризуемость рассеивающих свет частиц,  $n$  — их концентрация. Средняя длина свободного пробега фотона в среде связана с  $\Delta$  соотношением  $\ell = 4\pi/\Delta$  [47]. При условии  $\lambda \ll \ell$  имеем  $k_{eff} \simeq k + i/(2\ell)$  [47].

При теоретическом анализе функции корреляции (1.15) часто используют так называемой “лестничное” приближение. В лестничном приближении в выражении для ядра оператора интенсивности (1.18) оставляют только первое слагаемое. Тогда из уравнения Бете-Солпитера

(1.16) легко получить выражение для функции когерентности [30, 38, 46]:

$$\begin{array}{|c|} \hline \Gamma \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \text{---} \\ \hline \text{+} \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{---} \\ \vdots \\ \hline \text{+} \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{---} \\ \vdots \\ \hline \text{+} \end{array} + \dots \quad (1.22)$$

#### 1.1.1.4 Веерные диаграммы

Лестничное приближение (1.22) не описывает возможной интерференции рассеянных волн внутри случайно-неоднородной среды, поэтому в тех ситуациях, когда такая интерференция играет важную роль, оно оказывается неприемлемым. Следующий по величине вклад в выражение для функции корреляции (1.15) дают так называемые “веерные” диаграммы. Сумма веерных диаграмм имеет вид [30, 46]

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{---} \\ \vdots \\ \hline \text{+} \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{---} \\ \vdots \\ \hline \text{+} \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{---} \\ \vdots \\ \hline \text{+} \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{---} \\ \vdots \\ \hline \text{+} \end{array} + \dots \quad (1.23)$$

Необходимость учета веерных диаграмм возникает, например, при рассмотрении задачи когерентного обратного рассеяния света [48–51], а также при расчете флуктуаций проводимости в проводниках малых размеров [52–56], что является сходной в математическом плане задачей (см., например, [57]).

#### 1.1.2 Метод уравнения переноса

Одним из самых плодотворных подходов к задаче многократного рассеяния волн различной физической природы является метод уравнения переноса [30, 38, 58–60]. Теория переноса широко применяется для описания рассеяния нейтронов в ядерных реакторах [61–64], электромагнитного излучения в атмосферах планет [65, 66], фононов в кристаллах [67, 68].

Основной величиной, фигурирующей в теории переноса излучения, является так называемая лучевая интенсивность  $I(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t)$ . Она равна мощности, которая была бы принята приемником с бесконечно малой

апертурой  $\Delta a$ , расположенным в точке  $\mathbf{r}$  и принимающим излучение только из бесконечно малого телесного угла  $\Delta\Omega$  в направлении  $\hat{\Omega}$  в частотном диапазоне  $\{\nu, \nu + \Delta\nu\}$  ( $\Delta\nu \rightarrow 0$ ), деленной на  $\Delta a \Delta\Omega \Delta\nu$ . Единицей измерения лучевой интенсивности  $I(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t)$  является Вт · м<sup>-2</sup> · стерад<sup>-1</sup> · с.

### 1.1.2.1 Общий вид уравнения переноса излучения

Рассматривая баланс энергии для бесконечно малого объема случайно-неоднородной среды, получают уравнение переноса излучения (УПИ) [10, 11, 59, 69]:<sup>1</sup>

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot I(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t) \hat{\Omega} + \mu_t I(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t) = \mu_s \int I(\mathbf{r}, \hat{\Omega}', t) p(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}') d\hat{\Omega}' + S(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t). \quad (1.24)$$

В этом уравнении  $c$  — скорость света в среде,  $\mu_t = \mu_s + \mu_a$  — транспортный коэффициент,  $\mu_s$  и  $\mu_a$  — коэффициенты рассеяния и поглощения, равные произведению соответствующих сечений  $\sigma_s$ ,  $\sigma_a$  на плотность числа частиц  $n$ :  $\mu_s = \sigma_s n$ ,  $\mu_a = \sigma_a n$ . Наконец,  $p(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}')$  — это так называемая фазовая функция, определяющая часть лучевой интенсивности, которая рассеивается частицей в направлении  $\hat{\Omega}$  при условии, что падающая на частицу волна направлена вдоль  $\hat{\Omega}'$ ;  $S(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t)$  описывает пространственно-угловое распределение источников в среде и измеряется в единицах Вт · м<sup>-3</sup> · стерад<sup>-1</sup> · с.

Кроме лучевой интенсивности в теории переноса удобно пользо-

---

<sup>1</sup>Иногда интенсивность излучения в среде представляют в виде суммы ослабленной падающей и диффузной составляющих. Тогда УПИ записывается только для диффузной компоненты, а ослабленная падающая интенсивность в среде находится отдельно. В рамках задач, рассматриваемых в настоящей диссертации, диффузная компонента всегда много больше ослабленной падающей, поэтому мы везде пренебрегаем последней.

ваться плотностью энергии  $u(\mathbf{r}, t)$  или средней интенсивностью  $U(\mathbf{r}, t)$ :

$$u(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \int_{4\pi} d\hat{\Omega} I(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t), \quad U(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d\hat{\Omega} I(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t). \quad (1.25)$$

Полная плотность потока энергии в точке  $\mathbf{r}$  в момент времени  $t$ , есть

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = \int_{4\pi} d\hat{\Omega} I(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t) \hat{\Omega}. \quad (1.26)$$

Аналитические решения уравнения переноса излучения (1.24) могут быть найдены только в наиболее простых случаях; численное решение уравнения (1.24) достаточно трудоемко и требует большого объема вычислений. Поэтому часто от (1.24) при помощи дополнительных предположений переходят к более простым уравнениям.

### 1.1.2.2 Метод сферических гармоник

Одним из способов приближенного решения уравнения переноса (1.24) является так называемый метод сферических гармоник, или  $P_N$  - метод [10, 59]. Он основывается на разложении лучевой интенсивности и функции источника в уравнении (1.24) в ряд по сферическим гармоникам  $Y_{l,m}$  и обрывании этого ряда при  $l = N$ :

$$I(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t) = \sum_{l=0}^N \sum_{m=-l}^l \psi_{l,m}(\mathbf{r}, t) Y_{l,m}(\hat{\Omega}), \quad (1.27)$$

$$S(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t) = \sum_{l=0}^N \sum_{m=-l}^l q_{l,m}(\mathbf{r}, t) Y_{l,m}(\hat{\Omega}). \quad (1.28)$$

При этом фазовую функцию разлагают в ряд по полиномам Лежандра  $P_l$ :

$$p(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}') = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} g_l P_l(\hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}') = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l g_l Y_{l,m}(\hat{\Omega}) Y_{l,m}^*(\hat{\Omega}'). \quad (1.29)$$

Разложение (1.29) подразумевает, что фазовая функции  $p$  зависит только от косинуса угла рассеяния  $\hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}'$ . Нетрудно убедиться, что  $g_0 = 1$

и  $g_1 = \langle \hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}' \rangle$  — средний косинус угла рассеяния. Для удобства мы будем далее обозначать  $g_1$  через  $g$ . Эту величину иногда называют параметром анизотропии рассеяния.

В  $P_1$ -приближении в суммах (1.27, 1.28) оставляют только члены с  $l = 0, 1$ . При этом лучевая интенсивность и функция источника могут быть записаны в виде

$$I(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t) = U(\mathbf{r}, t) + \frac{3}{4\pi} \mathbf{F}(\mathbf{r}, t) \cdot \hat{\Omega}, \quad (1.30)$$

$$S(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t) = S_0(\mathbf{r}, t) + \frac{3}{4\pi} \mathbf{S}_1(\mathbf{r}, t) \cdot \hat{\Omega}, \quad (1.31)$$

где

$$S_0(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d\hat{\Omega} S(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t), \quad \mathbf{S}_1(\mathbf{r}, t) = \int_{4\pi} d\hat{\Omega} S(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t) \hat{\Omega}. \quad (1.32)$$

После подстановки выражений (1.30, 1.31) в (1.24) и интегрирования получившегося уравнения по телесному углу  $\hat{\Omega}$  получаем

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} U(\mathbf{r}, t) + \mu_a U(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{4\pi} \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = S_0(\mathbf{r}, t). \quad (1.33)$$

Если перед интегрированием по телесному углу произвести умножение обеих частей уравнения на  $\hat{\Omega}$ , то имеем

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{F}(\mathbf{r}, t) + (\mu'_s + \mu_a) \mathbf{F}(\mathbf{r}, t) + \frac{4\pi}{3} \nabla U(\mathbf{r}, t) = \mathbf{S}_1(\mathbf{r}, t), \quad (1.34)$$

где  $\mu'_s = \mu_s(1 - g)$  — приведенный (редуцированный) коэффициент рассеяния. Величину  $\ell^* = (\mu'_s)^{-1}$ , имеющую размерность длины, называют транспортной длиной свободного пробега фотона. Она имеет простой физический смысл: пройдя в среде расстояние порядка  $\ell^*$ , фотон теряет “память” о своем первоначальном направлении. Таким образом, излучение, рассеивающееся в случайно-неоднородной среде, изотропизуется на расстоянии порядка  $\ell^*$  от границы среды.

Наконец, исключая  $\mathbf{F}$  из уравнений (1.33, 1.34), получаем уравнение  $P_1$ -приближения:

$$\begin{aligned} & \left[ -D_p \nabla^2 + c\mu_a + \frac{\partial}{\partial t} \right] U(\mathbf{r}, t) + \frac{3D_p}{c} \left[ \mu_a \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] U(\mathbf{r}, t) = \\ & = cS_0(\mathbf{r}, t) + \frac{3D_p}{c} \left[ \frac{\partial}{\partial t} S_0(\mathbf{r}, t) - c\nabla \cdot \mathbf{S}_1(\mathbf{r}, t) \right], \end{aligned} \quad (1.35)$$

где  $D_p = c/(3\mu'_s)$  — коэффициент диффузии света в среде. Некоторые авторы при выводе уравнения (1.35) получают  $D_p = c/(3(\mu'_s + \mu_a))$  (см., например, [10]). Это, однако, некорректно, т.к.  $P_1$ -приближение верно только при условии  $\mu_a \ll \mu'_s$  (см., например, [73]), и коэффициент поглощения  $\mu_a$  необходимо исключить из выражения для  $D_p$  [74]. Иначе получилось бы, что в выражении для  $D_p$  сохраняются члены всех порядков малости по малому параметру  $\mu_a/\mu'_s$ , в то время, как при выводе уравнения (1.35) члены тех же порядков малости были отброшены.

### 1.1.2.3 Диффузионное приближение

В диффузионном приближении подчеркнутые слагаемые в (1.35) отбрасываются [10, 70–72]. Член, содержащий  $\mathbf{S}_1$ , можно отбросить, только если источник света является изотропным. Обычно, однако, в качестве источника излучения используется лазер, излучение которого хорошо коллимировано. Поэтому поступают следующим образом. Область вблизи точки падения излучения на среду не рассматривают, и считают, что изотропный источник излучения расположен в глубине среды, на расстоянии порядка  $\ell^*$  от границы [10, 75]. Поскольку на таком расстоянии от границы среды излучение уже почти полностью преобразуется в диффузное, описанный подход дает достаточно точные результаты.

Остальные отбрасываемые члены пропорциональны производным по времени от  $U(\mathbf{r}, t)$  и  $S_0(\mathbf{r}, t)$ . Ими можно пренебречь только если  $c\mu'_s/\omega_s \gg 1$ , где  $\omega_s$  — частота модуляции источника излучения. Это условие означает, что за период изменения  $S_0$  должно происходить боль-

шое число актов рассеяния, то есть частота модуляции источника должна быть не слишком высокой.

Таким образом, с учетом сделанных выше предположений, получаем уравнение диффузии для средней интенсивности многократно рассеянного света в среде [10, 59, 70, 71]:

$$\left[ \nabla^2 - \frac{c\mu_a}{D_p} - \frac{\partial}{\partial t} \right] U(\mathbf{r}, t) = -\frac{cS_0(\mathbf{r}, t)}{D_p}. \quad (1.36)$$

#### 1.1.2.4 Граничные условия для средней интенсивности

Условие для  $U(\mathbf{r}, t)$  на границе  $S$  рассеивающей и нерассеивающей сред, имеющих одинаковые показатели преломления, следует из условия равенства нулю потока энергии внутрь среды [10]:

$$U(\mathbf{r}, t) - \frac{2}{3} \ell^* (\hat{n} \cdot \nabla U(\mathbf{r}, t)) = 0, \quad \mathbf{r} \in S, \quad (1.37)$$

где  $\hat{n}$  — единичная внутренняя нормаль к поверхности. Условие (1.37) является приближенным; степень его точности можно оценить, сравнив его с точным граничным условием, найденным для частного случая хорошо известной проблемы Милна [76, 77]. Точное решение проблемы Милна можно представить в виде суммы двух слагаемых, одно из которых удовлетворяет уравнению диффузии. Для этой части решения граничное условие записывается аналогично (1.37), но с заменой постоянной  $2/3$  на  $0.7104$  [10, 77].

Для сравнения расчетов с реальными экспериментами, необходимо также учесть возможную разность показателей преломления рассеивающей и нерассеивающей сред. Это можно сделать путем использования в уравнении (1.37) некоторой постоянной  $\Delta$  вместо константы  $2/3$  [75, 78]:

$$U(\mathbf{r}, t) - \Delta \cdot \ell^* (\hat{n} \cdot \nabla U(\mathbf{r}, t)) = 0, \quad \mathbf{r} \in S, \quad (1.38)$$

При описании экспериментальных данных величина постоянной  $\Delta$  часто подбирается эмпирически [75, 79, 80], однако она может быть выражена через эффективный коэффициент отражения  $R_{eff}$  диффузной интенсивности на границе  $S$  [75, 78]:

$$\Delta = \frac{2}{3} \times \frac{1 + R_{eff}}{1 - R_{eff}}, \quad (1.39)$$

где

$$R_{eff} = \frac{R_\phi + R_j}{2 - R_\phi + R_j}, \quad (1.40)$$

$$R_\phi = 2 \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta R_F(\theta) d\theta, \quad R_j = 3 \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos^2 \theta R_F(\theta) d\theta, \quad (1.41)$$

$$R_F(\theta) = \frac{1}{2} \left( \frac{n_2 \cos \theta_2 - n_1 \cos \theta}{n_2 \cos \theta_2 + n_1 \cos \theta} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{n_2 \cos \theta - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta + n_1 \cos \theta_2} \right)^2, \quad (1.42)$$

при  $0 < \theta < \theta_r$ ,

$$R_F(\theta) = 1, \text{ при } \theta_r \leq \theta \leq \pi/2. \quad (1.43)$$

В формулах (1.42, 1.43)  $n_1, n_2$  — показатели преломления прозрачной и рассеивающей сред, соответственно; угол  $\theta_2$  определяется условием  $n_2 \sin \theta = n_1 \sin \theta_2$ ;  $\theta_r$  — предельный угол полного отражения ( $\sin \theta_r = n_1/n_2$ ) [40].

Формулы (1.39–1.43) не всегда просто использовать, т.к. часто возникают сложности с определением показателя преломления рассеивающей среды  $n_2$ . Если последняя представляет собой взвесь маленьких частиц (показатель преломления  $n_2^{(p)}$ ) в жидкости (показатель преломления  $n_2^{(m)}$ ), то можно пользоваться эмпирической формулой [81]

$$n_2 \simeq \frac{1}{2} \left[ \Phi \cdot n_2^{(p)} + (1 - \Phi) \cdot n_2^{(m)} + n_2^{(m)} \right], \quad (1.44)$$

где  $\Phi$  — объемная концентрация частиц в суспензии.

Поскольку левая часть выражения (1.38) представляет из себя сумму двух первых членов в разложении  $U(\mathbf{r}, t)$  в ряд Тейлора в точке,

находящейся на расстоянии  $\Delta \cdot \ell^*$  от границы среды, обычно условие (1.38) заменяют нулевым условием для  $U$  на так называемой экстраполированной границе [10, 77] — поверхности, отстоящей от реальной границы на расстояние  $\Delta \cdot \ell^*$ .

### 1.1.2.5 Уравнение переноса для функции временной когерентности

Недавно в работах [82, 83] было показано, что уравнение типа уравнения переноса может быть записано и для временной автокорреляционной функции поля:

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} G_1^\Omega(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, \tau, t) + \nabla \cdot G_1^\Omega(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, \tau, t) \hat{\Omega} + \mu_t G_1^\Omega(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, \tau, t) = \\ = \mu_s \int G_1^\Omega(\mathbf{r}, \hat{\Omega}', \tau, t) g_1^s(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}', \tau) p(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}') d\hat{\Omega}' + S(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t). \end{aligned} \quad (1.45)$$

В этом уравнении  $G_1^\Omega(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, \tau, t) = \langle E(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t) E^*(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, t + \tau) \rangle$  — это временная автокорреляционная функция светового поля в рассеянной волне, распространяющейся в направлении  $\hat{\Omega}$ , измеренная в точке  $\mathbf{r}$  внутри случайно-неоднородной среды (усреднение производится по ансамблю реализаций);  $g_1^s(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}', \tau)$  — это нормированная временная автокорреляционная функция, соответствующая однократному рассеянию; остальные величины те же, что и в уравнении переноса (1.24).

Временная автокорреляционная функция  $g_1^s$ , соответствующая однократному рассеянию, легко рассчитывается [9, 17]:

$$\begin{aligned} g_1^s(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}', \tau) &= \exp \left\{ -\frac{1}{6} q^2 \langle \Delta \mathbf{r}^2(\tau) \rangle \right\} = \\ &= \exp \left\{ -\frac{1}{3} k^2 (1 - \hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}') \langle \Delta \mathbf{r}^2(\tau) \rangle \right\}, \end{aligned} \quad (1.46)$$

где  $\langle \Delta \mathbf{r}^2(\tau) \rangle$  — средний квадрат смещения рассеивателя за время  $\tau$ ,  $q = 2k \sin(\theta/2)$  — изменение импульса рассеянного фотона ( $\theta$  — угол между  $\hat{\Omega}$  и  $\hat{\Omega}'$ ). В случае броуновского движения рассеивающих свет частиц  $\langle \Delta \mathbf{r}^2(\tau) \rangle = 6D_B \tau$  [84].

Легко проверить, что уравнение (1.45) переходит в (1.24) при  $\tau = 0$  (или при  $D_B = 0$ ). Особенно важным является то, что уравнение (1.45) описывает временную корреляционную функцию рассеянного излучения как в режимах однократного и многократного рассеяния, так и в переходном режиме.

### 1.1.3 Метод интегралов по траекториям

Метод интегралов по траекториям, впервые предложенный Р. Фейнманом [85, 86], дает возможность проводить весьма наглядный анализ задач многократного рассеяния [87, 88]. Падающее на среду излучение представляется как поток фотонов, которые проходят через среду по всевозможным “траекториям”, рассеиваясь на неоднородностях диэлектрической проницаемости. Суммирование вкладов различных траекторий (интегрирование по траекториям) позволяет находить моменты рассеянного поля.

#### 1.1.3.1 Рассеяние на броуновских частицах

Для упрощения анализа рассмотрим сначала случай точечных рассеивателей (размер рассеивателя  $\ll \lambda$ ), изотропно рассеивающих свет. Пусть точечный источник излучения находится в точке  $\mathbf{r}_0$ . Тогда временная автокорреляционная функция рассеянного излучения, измеренная в точке  $\mathbf{r}$ , есть [89, 90]

$$\begin{aligned} G_1(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, \tau) &= \langle E(\mathbf{r}, t) E^*(\mathbf{r}, t + \tau) \rangle = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} I(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, n) \langle \exp \{i \Delta \varphi_n(\tau)\} \rangle = \\ &\simeq \sum_{n=1}^{\infty} I(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, n) \exp \left\{ -\frac{1}{2} \langle \Delta \varphi_n^2(\tau) \rangle \right\}, \end{aligned} \quad (1.47)$$

где  $I(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, n)$  — интенсивность излучения, приходящего из точки  $\mathbf{r}_0$  в точку  $\mathbf{r}$  по траекториям, включающим  $n$  актов рассеяния;  $\Delta \varphi_n(\tau)$  — разность фаз двух фотонов, прошедших вдоль одной и той же траекто-

рии в моменты времени, разделенные промежутком  $\tau$ .  $I(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, n)$  необходимо рассчитывать с учетом геометрии образца, а  $\Delta\varphi_n(\tau)$  — с учетом движения рассеивателей в среде. Вторая строка в равенстве (1.47) имеет место только в случае  $\langle \Delta\varphi_n(\tau) \rangle = 0$ , что выполнено как для броуновского движения, так и для любых ламинарных потоков в несжимаемых суспензиях [91, 92].

В диффузионном приближении  $I$  является решением уравнения [51, 79, 91, 92]

$$\frac{dI}{dn} - \frac{1}{3}\ell^2 \nabla^2 I = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\delta(n). \quad (1.48)$$

Если случайно-неоднородная среда заполняет все пространство, то [92]

$$I(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, n) = \left(\frac{3}{4\pi\ell^2 n}\right)^{3/2} \exp\left\{-\frac{3|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^2}{4\ell^2 n}\right\}. \quad (1.49)$$

Выражение для  $I$  при более сложной геометрии образца можно получить из формулы (1.49), применяя метод изображений, аналогично тому, как это делается в задачах электростатики [40].

Если рассеиватели в среде движутся как броуновские частицы с коэффициентом диффузии  $D_B$ , то

$$\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle = \frac{\tau}{\tau_0} n, \quad (1.50)$$

где  $\tau_0 = (4k^2 D_B)^{-1}$  — время, необходимое отдельной частице для того, чтобы сместиться на расстояние порядка длины волны излучения  $\lambda$  [89, 90].

### 1.1.3.2 Рассеяние на потоках частиц

Пусть  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  есть распределение скоростей рассеивающих свет частиц в среде. Тогда, как показано в работах [91–93],

$$\Delta\varphi_n(\tau) = -\frac{k\ell\tau}{2\eta} \sum_{m=1}^n \sum_{i,j} A_{ij}(m) \sigma_{ij}(\mathbf{r}_m), \quad (1.51)$$

где  $A_{ij}(m) = (\hat{e}_m \cdot \hat{e}_i)(\hat{e}_m \cdot \hat{e}_j)$ ,  $i, j = x, y, z$ .  $\hat{e}_m$  — единичный вектор, параллельный направлению рассеянной волны после акта рассеяния номер  $m$ , произошедшего в точке  $\mathbf{r}_m$ ,

$$\sigma_{ij}(\mathbf{r}) = \eta \left[ \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right] \quad (1.52)$$

— тензор напряжений [84]. Дальнейший анализ дает [92]

$$\langle \Delta \varphi_n^2(\tau) \rangle = \frac{2}{15} k^2 \ell^2 \tau^2 n \xi(n), \quad (1.53)$$

$$\xi(n) = \frac{1}{\eta^2} \int \left( \sum_{i \neq j} \sigma_{ij}^2(\mathbf{r}_1) \right) \rho_n(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}) d^3 \mathbf{r}_1. \quad (1.54)$$

Здесь  $\rho_n(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}) d^3 \mathbf{r}_1$  — доля  $n$ -кратно рассеянных фотонов, траектории которых проходят из точки  $\mathbf{r}_0$  в точку  $\mathbf{r}$  через элемент объема  $d^3 \mathbf{r}_1$  вблизи точки  $\mathbf{r}_1$ , деленная на  $n$ :

$$\rho_n(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}) = \frac{\int_0^n I(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, m) I(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}, n - m) dm}{n I(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, n)}. \quad (1.55)$$

Для заданного распределения  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  скоростей частиц в среде выражения (1.52–1.55) могут быть использованы для вычисления  $\langle \Delta \varphi_n^2(\tau) \rangle$ , а затем по формуле (1.47) можно найти временную корреляционную функцию рассеянного излучения  $G_1(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, \tau)$ .

Хотя метод интегрирования по траекториям в описанном выше виде применим только в случае точечных изотропно рассеивающих излучение частиц, полученные с его помощью результаты можно обобщить и на случай анизотропного рассеяния (см., например, [51, 80, 89]). Для этого во всех формулах достаточно заменить  $\ell$  на  $\ell^*$ . Физическое обоснование такой возможности состоит в том, что в среде с анизотропными рассеивателями рассеяние света также можно рассматривать на основе модели случайного блуждания фотонов, однако теперь единичный “акт рассеяния” включает в себя несколько (порядка  $\ell^*/\ell$ ) реальных актов

однократного рассеяния и среднее расстояние между двумя такими актами равно не  $\ell$ , а  $\ell^*$ .

### **1.1.3.3 Метод Монте-Карло**

Метод стохастического моделирования, называемый также методом Монте-Карло (МК), широко используется при анализе задач многократного рассеяния [64, 94–99]. Основная идея этого метода состоит в использовании вычислительной мощности современных компьютеров для перебора огромного количества возможных траекторий фотонов в среде. При этом последовательно рассматриваются акты рассеяния фотонов на отдельных рассеивателях и распространение фотонов между актами рассеяния. Такой подход имеет как достоинства (возможность моделирования практически любых условий распространения излучения: сферически несимметричные диаграммы рассеяния, изменение поляризации излучения при рассеянии и/или при распространении между актами рассеяния, сложная пространственно-неоднородная динамика рассеивателей и т.д.), так и недостатки (большие затраты машинного времени, трудности интерпретации полученных результатов).

Тем не менее, нам представляется целесообразным использование метода Монте-Карло не только в тех случаях, когда решение задачи не удастся найти аналитически, но и для выявления рамок применимости тех или иных аналитических результатов, полученных с использованием неизбежных приближений и допущений.

## **1.2 Диффузионно-волновая спектроскопия**

Значительные успехи в исследовании многократного рассеяния волн различной физической природы, имевшие место в 70-80-х годах, привели к появлению новых методик исследования и диагностики случайно-неоднородных сред, наиболее яркой из которых является так

называемая диффузионно-волновая спектроскопия (ДВС). Идея ДВС заключается в извлечении полезной информации о случайно-неоднородной многократно рассеивающей среде из экспериментально измеренных временных автокорреляционных функций интенсивности рассеянного излучения  $G_2(\tau) = \langle I(t)I(t + \tau) \rangle$ . Альтернативный подход заключается в измерении спектральной мощности

$$S(\omega) = \int I^2(t) \cos(\omega t) dt \quad (1.56)$$

рассеянного излучения. Согласно теореме Винера-Хинчина [100, 101],  $G_2(\tau)$  и  $S(\omega)$  связаны между собой соотношением:

$$S(\omega) = \frac{\langle I(t) \rangle^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [g_2(\tau) - 1] \cos(\omega\tau) d\tau, \quad (1.57)$$

где  $g_2(\tau) = G_2(\tau)/\langle I(t) \rangle^2$ . Обычно рассчитывают временную автокорреляционную функцию поля  $G_1(\tau) = \langle E(t)E^*(t + \tau) \rangle$ . Нормированная автокорреляционная функция поля  $g_1(\tau) = G_1(\tau)/G_1(0)$  связана с  $g_2(\tau)$  соотношением Зигерта:

$$g_2(\tau) = 1 + \beta |g_1(\tau)|^2. \quad (1.58)$$

Здесь  $0 < \beta \leq 1$  — апертурная функция, определяемая используемой измерительной системой (числом пятен спекл-картины в пределах апертуры измерительного прибора, длиной когерентности излучения лазера и т.п.) [9, 102].

ДВС можно рассматривать как расширение традиционной корреляционной спектроскопии однократного рассеяния [3–9] на случай многократно рассеивающих сред. В основе теории ДВС, однако, лежат иные физические принципы и методы расчета.

### 1.2.1 Основы диффузионно-волновой спектроскопии

Идея ДВС, первые экспериментальные результаты и простая теоретическая модель для их объяснения были впервые представлены в конце

80-х годов в работах [89, 90]. Строгий теоретический расчет временных корреляций излучения в условиях многократного рассеяния был проведен в работе [47]. Исчерпывающий анализ этих результатов дан в работах [25, 26].

В первых экспериментах использовалась кювета ширины  $L \sim 1$  мм, заполненная взвесью полистироловых сфер в воде. Диаметр сфер — от десятых долей микрона до нескольких микрон, объемная концентрация сфер — от десятых долей процента до 10% (в результате  $\ell^* \sim 100$  мкм  $\ll L$ ). При комнатной температуре и атмосферном давлении рассеиватели случайным образом перемещались в среде с коэффициентом самодиффузии  $D_B \sim 10^{-13} \div 10^{-12}$  м<sup>2</sup>/с. На кювету падал лазерный пучок с длиной волны  $\lambda \sim 0.5$  мкм и шириной, превышающей  $\ell^*$ , излучение которого многократно рассеивалось в среде. Временная автокорреляционная функция рассеянного излучения измерялась либо с той же, либо с противоположной стороны кюветы. Оказалось, что характерное время когерентности рассеянного излучения гораздо меньше, чем можно было бы ожидать в условиях однократного рассеяния. Измеренные нормированные временные автокорреляционные функции  $g_1(\tau) = G_1(\tau)/G_1(0)$  хорошо описывались выражениями, полученными методом интегрирования по траекториям (см. п. 1.1.3.1):

$$g_1(\tau) = \frac{(L/\ell^*)\sqrt{3\tau/(2\tau_0)}}{\text{sh}\{(L/\ell^*)\sqrt{3\tau/(2\tau_0)}\}} \quad (1.59)$$

для прошедшего света и

$$g_1(\tau) = \exp\left\{-\gamma\sqrt{3\tau/(2\tau_0)}\right\} \quad (1.60)$$

для диффузно отраженного света. В этих выражениях  $\tau_0 = (4k^2 D_B)^{-1} \sim 10^{-3}$  с (см. п. 1.1.3.1),  $\gamma = 1 + \Delta$  — численная константа порядка двух (роль постоянной  $\Delta$  объясняется в п. 1.1.2.4). Формулы (1.59, 1.60) получены в предположении  $\tau \ll \tau_0$ .

В работе [47] временные автокорреляционные функции многократно рассеянного света были вычислены с использованием диаграммных методов (см. п. 1.1.1). Выражение, полученное для прошедшего через слой случайно-неоднородной среды света, совпадает с (1.59), а для корреляционной функции диффузно отраженного света было найдено

$$g_1(\tau) = \frac{1}{[1 + \sqrt{3\tau/(2\tau_0)}]^2}, \quad (1.61)$$

что согласуется с (1.60) только в пределе  $\tau \ll \tau_0$ . Несмотря на то, что метод диаграмм является математически более строгим, обнаруживается значительное расхождение экспериментальных результатов с выражением (1.61), в то время, как формула (1.60) хорошо согласуется с экспериментальными данными даже при  $\tau \sim \tau_0$  [25, 26].

### **1.2.2 Диффузионно-волновая спектроскопия в условиях направленных потоков рассеивателей**

Хотя эксперименты, заложившие основания ДВС, были проведены с образцами, частицы которых двигались подобно броуновским, вскоре рамки ДВС были расширены. В частности, в работах [80, 91–93] были рассчитаны временные автокорреляционные функции света, рассеянного на направленно движущихся частицах. В работах [80, 93] эти расчеты получили экспериментальное подтверждение, и был предложен метод диагностики потоков частиц в многократно рассеивающих средах, основанный на применении ДВС.

#### **1.2.2.1 Диффузионно-волновая спектроскопия в сдвиговом потоке**

Наиболее простым примером потока в плоскопараллельном слое случайно-неоднородной среды ширины  $L$ , перпендикулярном оси  $z$ , является

так называемый сдвиговый поток,<sup>1</sup> в котором поле скоростей частиц линейно зависит от  $z$ :

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \frac{v_{max}}{L} z \hat{e}_x. \quad (1.62)$$

Здесь  $v_{max}$  — максимальное значение скорости потока, достигаемой при  $z = L$ ,  $\hat{e}_x$  — единичный вектор, направленный вдоль оси  $x$  и задающий направление потока.

В предположении, что на среду падает плоская световая волна, в работах [80, 91–93] с использованием метода, кратко описанного в п. 1.1.3.2, было получено

$$\langle \Delta \varphi_n^2(\tau) \rangle = 4 \left( \frac{\tau}{\tau_s} \right)^2 n, \quad (1.63)$$

где  $\tau_s = \sqrt{30}/(k\ell^*\Gamma)$ ,  $\Gamma = v_{max}/L$  — модуль градиента скорости потока. Использование этого результата вместе с формулой (1.47), проинтегрированной по  $\mathbf{r}_0$  (приближение плоской волны), дает для временной автокорреляционной функции выражение [91, 92]

$$G_1(\tau) = \int_1^\infty I(n) \exp \left\{ -\frac{\tau}{2\tau_0} n - 2 \left( \frac{\tau}{\tau_s} \right)^2 n \right\} dn, \quad (1.64)$$

где  $I(n)$  — средняя рассеянная интенсивность, приходящаяся на процессы рассеяния порядка  $n$ . Конкретный вид  $I(n)$  зависит от геометрии эксперимента и в диффузионном приближении может быть найден как решение уравнения (1.48) с граничными условиями на границе образца (см. п. 1.1.2.4).

В формуле (1.64) учтено, что, наряду с направленным движением, рассеиватели в среде всегда подвержены случайному броуновскому блужданию. Поэтому в задаче имеется два характерных времени:  $\tau_s$ ,

---

<sup>1</sup>Такой поток часто называют плоским течением Куэтта [84].

определяемое параметрами потока, и  $\tau_0$ , обратно пропорциональное коэффициенту диффузии рассеивателей. Полученные на основе формулы (1.64) результаты будут, строго говоря, верны только при  $\tau < \tau_0, \tau_s$ .

Расчет по формуле (1.64) дает

$$g_1(\tau) = \frac{1}{1 - \gamma\ell^*/L} \frac{\text{sh} [(L/\ell^* - \gamma)\sqrt{6(\tau/\tau_s)^2 + 3\tau/(2\tau_0)}]}{\text{sh} [(L/\ell^*)\sqrt{6(\tau/\tau_s)^2 + 3\tau/(2\tau_0)}]} \quad (1.65)$$

для диффузно отраженного света и

$$g_1(\tau) = \frac{L}{\gamma\ell^*} \frac{\text{sh} [\gamma\sqrt{6(\tau/\tau_s)^2 + 3\tau/(2\tau_0)}]}{\text{sh} [(L/\ell^*)\sqrt{6(\tau/\tau_s)^2 + 3\tau/(2\tau_0)}]} \quad (1.66)$$

для прошедшего через слой случайно-неоднородной среды света [80].

### 1.2.2.2 Диффузионно-волновая спектроскопия в пуазейлевском потоке

Если скорость потока зависит от координат более сложным образом, чем в случае сдвигового потока (1.62), анализ усложняется. Например, для пуазейлевского потока

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = 4v_{max} \frac{z}{L} \left(1 - \frac{z}{L}\right) \hat{e}_x \quad (1.67)$$

формулы (1.63 – 1.66) остаются в силе, однако входящее в них характерное время  $\tau_s$  надо заменить на  $\tau_p$ , определяемое эффективным градиентом  $\Gamma_{eff}$  скорости в потоке:  $\tau_p = \sqrt{30}/(k\ell^*\Gamma_{eff})$  [92]. Вычисление величины  $\Gamma_{eff}$  нетривиально, однако в первом приближении ее можно заменить среднеквадратичным градиентом скорости  $\langle(\nabla\mathbf{v}(\mathbf{r}))^2\rangle^{1/2}$ . Полученные таким образом теоретические результаты хорошо согласуются с экспериментальными измерениями [80].

### 1.2.2.3 Диффузионно-волновая спектроскопия в турбулентном потоке

Рассмотрение многократного рассеяния света в турбулентном потоке рассеивающих свет частиц было проведено в работе [103]. Разность ско-

ростей двух рассеивателей, находящихся на расстоянии  $\mathbf{\Lambda}$  друг от друга, есть

$$\Delta \mathbf{v}(\mathbf{r}, \mathbf{\Lambda}) = \mathbf{v}(\mathbf{r} + \mathbf{\Lambda}) - \mathbf{v}(\mathbf{r}). \quad (1.68)$$

Если  $\phi$  — доля турбулентных областей в объеме среды, то

$$\Delta \mathbf{v}(\mathbf{r}, \mathbf{\Lambda}) = \phi \Delta \mathbf{v}_h(\mathbf{r}) + (1 - \phi) \Delta \mathbf{v}_{nh}(\mathbf{r}, \mathbf{\Lambda}), \quad (1.69)$$

где  $\Delta \mathbf{v}_h(\mathbf{r})$  — разность скоростей, обусловленная наличием турбулентных вихрей, а  $\Delta \mathbf{v}_{nh}(\mathbf{r})$  — разность скоростей, связанная с ламинарным потоком рассеивателей.

Последовательное рассмотрение задачи приводит к выводу, что дисперсию разности фаз  $\langle \Delta \varphi_n^2(\tau) \rangle$  можно представить как сумму двух слагаемых:

$$\langle \Delta \varphi_n^2(\tau) \rangle = \langle \Delta \varphi_n^2(\tau) \rangle_{(lam)} + \langle \Delta \varphi_n^2(\tau) \rangle_{(turb)}, \quad (1.70)$$

где первое слагаемое описывает дефазировку, обусловленную ламинарным потоком (полем разности скоростей  $\Delta \mathbf{v}_{nh}(\mathbf{r}, \mathbf{\Lambda})$  в формуле (1.69)), а второе — дефазировку, связанную с наличием в потоке турбулентных вихрей (описываемых величиной  $\Delta \mathbf{v}_h(\mathbf{r})$  в формуле (1.69)). Характерные времена, связанные с этими двумя факторами декорреляции излучения, есть [103]

$$\tau_{(lam)} = \frac{1}{1 - \phi} \sqrt{\frac{30\sqrt{3\pi}}{k^2 \langle v_{nh}(\ell^*)^2 \rangle}}, \quad (1.71)$$

$$\tau_{(turb)} = \frac{\sqrt{12}}{\phi k \sqrt{\langle v_h(\ell^*)^2 \rangle - \langle v_h(\ell^*) \rangle^2}}. \quad (1.72)$$

В случае  $\phi \simeq 1$  (развитая турбулентность) имеем

$$G_1(\tau) = \int_1^\infty I(n) \exp \left\{ -2 \left( \frac{\tau}{\tau_{(turb)}} \right)^2 n \right\} dn. \quad (1.73)$$

В общем случае  $0 < \phi < 1$  достаточно простой формулы для временной автокорреляционной функции получить не удастся.

### 1.2.3 Применения диффузионно-волновой спектроскопии

Впервые предложенная чуть более 10 лет назад, методика ДВС в настоящее время широко применяется для исследования различных случайно-неоднородных сред, в которых выполнены условия многократного рассеяния. Наиболее важные и интересные применения ДВС лежат, без сомнения, в области биомедицинской диагностики [19, 20, 22–24, 104–106]. Многие биологические среды (например, кожные ткани и кровь) являются непрозрачными в видимом диапазоне электромагнитного излучения, что обусловлено не столько поглощением, сколько многократным характером рассеяния света в них (условие  $\mu_a \ll \mu'_s$  почти всегда выполнено) [14, 20]. Характеристики покидающей такую среду излучения в большинстве случаев не могут быть объяснены в приближении однократного рассеяния, поэтому традиционная корреляционная спектроскопия однократного рассеяния [3–9] не может быть применена для *in vivo* диагностики таких сред. В то же время, ДВС изначально развивалась как спектроскопия многократно рассеянных волн и идеально подходит для задач медицинской диагностики.

В последнее время ДВС все чаще применяется в различных областях физики в качестве методики исследования. В работах [107, 108] методом ДВС исследовался режим перехода частиц в суспензии от баллистического движения к броуновскому случайному блужданию; в работе [109] наблюдалось динамическое рассеяние света на ультразвуковых волнах в суспензии. Методика ДВС применяется также для изучения динамики концентрированных суспензий в условиях сильного взаимодействия между взвешенными частицами [110–115].

В последнее время ДВС находит также и промышленные приме-

нения. В работах [116–119], например, развивается модификация ДВС, предназначенная для изучения динамики и реорганизации пен и кремов. Здесь ДВС может дать крайне важную информацию об устойчивости тех или иных составов, об их реакции на внешние деформации и т.п.

#### 1.2.4 Некоторые современные тенденции в развитии диффузионно-волновой спектроскопии

Методика ДВС находится в постоянном развитии. Одной из интересных тенденций является исследование корреляций интенсивности при больших временах задержки  $\tau$ .

Как показано в работах [120, 121], корреляционную функцию интенсивности излучения  $G_2(\tau) = \langle I(t)I(t + \tau) \rangle$  в условиях многократного рассеяния можно представить в виде суммы трех слагаемых:

$$G_2(\tau) = G_2^{(1)}(\tau) + \frac{1}{g}G_2^{(2)}(\tau) + \frac{1}{g^2}G_2^{(3)}(\tau), \quad (1.74)$$

где  $g \gg 1$  — безразмерный кондактанс.<sup>1</sup> Первое слагаемое в формуле (1.74) максимально по величине, но достаточно быстро спадает с ростом  $\tau$ . Именно  $G_2^{(1)}(\tau)$  измеряется обычно в экспериментах по ДВС. Второе слагаемое в (1.74) гораздо меньше, чем первое, однако оно спадает с ростом  $\tau$  медленнее [122]. Впервые корреляционная функция  $G_2^{(2)}(\tau)$  была экспериментально измерена в работе [81]. Корреляционная функция  $G_2^{(2)}(\tau)$  позволит, возможно, расширить область применения ДВС, несмотря на экспериментальные трудности ее измерения.

Наконец, поведение  $G_2^{(3)}(\tau)$  в оптическом случае не до конца ясно; хотя к настоящему моменту уже имеется сообщение об эксперименталь-

---

<sup>1</sup>В английском языке *conductance* и *conductivity* — это два различных термина. Последний переводится как *проводимость*, а первый употребляется в русском научном языке в транскрипции с английского.

ном измерении этого члена [123], строгий теоретический расчет  $G_2^{(3)}(\tau)$  до сих пор не проведен.

Другим направлением развития ДВС является ее применение для анализа анизотропных сред (в частности, жидких кристаллов) [124–128]. Здесь также оказывается возможным использование диффузионного приближения уравнения переноса, однако теперь коэффициент диффузии света зависят от направления его распространения.

Настоящая диссертация посвящена одному из наиболее перспективных направлений развития ДВС — диффузионно-волновой спектроскопии случайно-неоднородных сред с пространственно неоднородной динамикой рассеивателей. Необходимо отметить, что исследования в данном направлении ведут еще несколько научных групп [129–138], работы которых во многом дополняют материал, изложенный в настоящей диссертации.

## Выводы к главе I

1. Существуют различные методы анализа многократного рассеяния излучения в случайно-неоднородных средах, каждый из которых имеет свои достоинства и недостатки:
  - Метод *диаграмм* — это наиболее общий метод, являющийся максимально строгим в математическом смысле и позволяющий корректно описывать физические процессы, происходящие в условиях многократного рассеяния. Его использование, однако, сопряжено с громоздкими математическими выкладками, которые, к сожалению, не всегда приводят к достаточно компактным результатам.
  - Метод *уравнения переноса излучения (УПИ)* основывается на феноменологическом уравнении баланса энергии (уравнении

Больцмана), которое изначально не содержит многих особенностей рассеяния оптических волн (например, полностью игнорируется возможность интерференции полей, рассеянных различными частицами). В то же время, метод УПИ очень удобен для расчетов во многих практически важных случаях, особенно в связи с существованием различных приближенных методов анализа УПИ ( $P_N$ -приближение и т.п.).

- Метод *интегралов по траекториям* основывается на идее корпускулярно-волнового дуализма и дает наглядный путь анализа задачи многократного рассеяния. Этот метод наиболее удобен для реализации в виде алгоритма численного моделирования, хотя с его помощью можно получать и аналитические результаты.

2. Методика диффузионно-волновой спектроскопии (ДВС) в настоящее время достаточно хорошо разработана для макроскопически однородных сред с броуновским движением, а также для сред со сдвиговыми или пуазейлевскими потоками рассеивающих свет частиц. Однако, во многих приложениях требуется учет макроскопически неоднородной динамики рассеивателей (локализованные в пространстве потоки, области с более (или менее) интенсивным движением рассеивателей и т.п.). Поэтому актуальной является задача анализа динамического многократного рассеяния света в средах с пространственно неоднородной динамикой рассеивающих центров.

---

## Глава II

### Динамическое многократное рассеяние света в многослойных мутных средах

Модель среды, имеющей слоистую структуру (т.е. среды, свойства которой меняются от слоя к слою, но неизменны в пределах каждого из слоев), широко используется в физике. С одной стороны, такая модель часто позволяет проводить анализ изучаемой проблемы с использованием достаточно простого математического аппарата (в силу того, что многие уравнения математической физики имеют в этом случае относительно простые решения [76, 77, 139], а с другой — в слоистой среде уже можно наблюдать большинство физических эффектов, связанных с неоднородностью среды. Кроме того, во многих практически важных задачах приближение слоистой среды оказывается вполне достаточным. Поэтому результаты, полученные для слоистой среды, имеют не только методическую, но и практическую ценность.

#### 2.1 Уравнение диффузии для временной автокорреляционной функции

Как отмечалось в п. 1.1.2.5, уравнение переноса может быть записано не только для средней интенсивности излучения  $U(\mathbf{r}, t)$  в случайно-неоднородной среде (см. (1.24)), но и для временной автокорреляцион-

ной функции электрического поля  $G_1^\Omega(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, \tau, t)$  в многократно рассеянной световой волне (см. (1.45)). Ввиду полной аналогии между этими двумя уравнениями, для анализа временной когерентности рассеянного излучения можно использовать те же приближенные методы, что и для анализа средней интенсивности рассеянного поля (например, метод сферических гармоник (см. раздел 1.1.2.2)). Мы не выписываем здесь получающиеся при этом уравнения в силу их полной аналогичности соответствующим уравнениям для  $U(\mathbf{r}, t)$ .

### 2.1.1 Диффузия временной корреляции

Остановимся подробнее на уравнении, получающемся из уравнения переноса (1.45) в диффузионном приближении. Для упрощения анализа ограничимся случаем, когда значительные изменения интенсивности падающей на среду световой волны происходят на временах, много больших характерного времени жизни фотона в среде (при наличии поглощения последнее можно оценить как  $(\mu_a c)^{-1}$ , где  $c$  — скорость света в среде,  $\mu_a$  — коэффициент поглощения света). Фактически, это означает, что мы рассматриваем либо непрерывное излучение, либо импульсное излучение с длительностью импульса  $\tau_p \gg (\mu_a c)^{-1}$ , либо излучение, интенсивность которого модулируется с частотой  $\omega_s \ll \mu_a c$ . В этом случае слагаемым  $(1/c)\partial G_1^\Omega/\partial t$  в левой части уравнения (1.45) и, вообще, зависимостью  $G_1^\Omega$  от времени  $t$  можно пренебречь (точнее, величина  $G_1^\Omega$  будет адиабатически отслеживать изменения интенсивности падающего на среду излучения).

Аналогично тому, как поступают при выводе диффузионного уравнения для средней интенсивности излучения в среде, введем величины

$$G_1(\mathbf{r}, \tau) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d\hat{\Omega} G_1^\Omega(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, \tau), \quad (2.1)$$

$$\mathbf{F}_G(\mathbf{r}, \tau) = \int_{4\pi} d\hat{\Omega} G_1^\Omega(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, \tau) \hat{\Omega}. \quad (2.2)$$

$G_1(\mathbf{r}, \tau)$  представляет из себя усредненную по направлениям временную автокорреляционную функцию рассеянного излучения в точке  $\mathbf{r}$ .

Для того, чтобы получить диффузионное уравнение для  $G_1$ , поступим также, как при выводе диффузионного уравнения (1.36) для средней интенсивности. В дополнение к допущениям, сделанным при выводе (1.36), предположим, что корреляционная функция  $g_1^s(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}', \tau)$ , соответствующая однократному рассеянию (см. (1.46)), так же, как фазовая функция  $p(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}')$ , зависит только от угла рассеяния, то есть от скалярного произведения  $\hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}'$ . Это предположение оправдано при условии, что ориентация рассеивателей случайна, а их динамика — изотропна. Кроме того, разложим  $g_1^s$  в ряд Тейлора по малому параметру  $k^2 \langle \Delta r^2(\tau) \rangle \ll 1$ , используем только первые члены этого разложения и представим результат в виде суммы сферических гармоник:

$$\begin{aligned} g_1^s(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}', \tau) &\simeq 1 - \frac{1}{3} k^2 (1 - \hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}') \langle \Delta r^2(\tau) \rangle = \\ &= 1 - \frac{1}{3} k^2 \langle \Delta r^2(\tau) \rangle \left[ 1 - \frac{4\pi}{3} \sum_{m=-1}^1 Y_{1,m}(\hat{\Omega}) Y_{1,m}^*(\hat{\Omega}') \right]. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Вторая строка этого равенства получена на основе теоремы сложения для сферических гармоник [140, с. 84].

Условие  $k^2 \langle \Delta r^2(\tau) \rangle \ll 1$  ограничивает область применимости полученных с его использованием результатов малыми временными задержками  $\tau$ . Зато благодаря ему мы можем получить диффузионное уравнение для  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$  полностью аналогично тому, как было получено уравнение (1.36) для средней интенсивности  $U(\mathbf{r}, t)$ :

$$[\nabla^2 - \alpha^2(\tau)] G_1(\mathbf{r}, \tau) = -\frac{cS_0(\mathbf{r})}{D_p}, \quad (2.4)$$

где  $D_p = c\ell^*/3$  — коэффициент диффузии света,  $S_0(\mathbf{r})$  — распределение

источников излучения и, наконец,  $\alpha^2(\tau)$  описывает “ослабление” временной корреляции как из-за наличия в среде истинного поглощения ( $\mu_a \neq 0$ ), так и вследствие движения частиц среды:

$$\alpha^2(\tau) = \frac{3\mu_a}{\ell^*} + \frac{k^2}{\ell^{*2}} \langle \Delta r^2(\tau) \rangle. \quad (2.5)$$

Отметим, что уравнение (2.4) формально совпадает с уравнением (1.36). (1.36) переходит в (2.4) при замене  $\mu_a \rightarrow \mu_a + k^2 \langle \Delta r^2(\tau) \rangle / (3\ell^*)$ , т.е. в (2.4), по сравнению с (1.36), имеется дополнительное “поглощение”  $k^2 \langle \Delta r^2(\tau) \rangle / (3\ell^*)$ , существенное только при  $\tau \neq 0$ . В случае броуновского движения рассеивающих центров в случайно-неоднородной среде,  $\langle \Delta r^2(\tau) \rangle = 6D_B\tau$  ( $D_B$  — коэффициент диффузии рассеивателей в среде), и коэффициент  $\alpha^2(\tau)$  в уравнении (2.4) можно записать в виде

$$\alpha^2(\tau) = \frac{3\mu_a}{\ell^*} + \frac{3\tau}{2\tau_0\ell^{*2}}, \quad (2.6)$$

где  $\tau_0 = (4k^2D_B)^{-1}$  (см. п. 1.1.3.1). Как отмечалось выше, наш анализ ограничен малыми временными задержками  $\tau$ . В случае броуновского движения рассеивающих центров это означает, что  $\tau \ll \tau_0$ .<sup>1</sup>

Важно отметить, что уравнение (2.4) можно получить и другим способом, не используя уравнение переноса (1.45). Для этого рассмотрим временную автокорреляционную функцию светового поля, создаваемого в заполняющей все пространство случайно-неоднородной среде точечным источником, помещенным в произвольной точке  $\mathbf{r}_0$ . Расчет этой корреляционной функции можно выполнить используя диаграммную технику (см. 1.1.1). В лестничном приближении (см. 1.1.1.3) при условии  $\lambda \ll \ell^* \ll |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$  получаем [47, 110]:

$$G_1(\mathbf{r}, \tau) = \frac{3}{4\pi\ell^* |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} \exp \{-\alpha(\tau) |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|\}. \quad (2.7)$$

---

<sup>1</sup>Временная автокорреляционная функция при больших  $\tau$  рассмотрена в работе [141].

Нетрудно проверить, что выражение (2.7) является функцией Грина уравнения (2.4). Поэтому в общем случае, когда источник света не является точечным, выражение для временной автокорреляционной функции может быть найдено как решение уравнения (2.4). Тот факт, что при определенных условиях результаты метода диаграмм и теории переноса совпадают, говорит об эквивалентности этих двух подходов в рамках диффузионного приближения.

Наконец, уравнение (2.4) можно вывести, используя метод интегрирования по траекториям (см. раздел 1.1.3) в сочетании с уравнением переноса для средней интенсивности (1.24) [25, 26].

Преимущество уравнения (2.4) перед другими способами расчета временной корреляции излучения в многократно рассеивающих случайно-неоднородных средах состоит в том, что оно позволяет сравнительно легко анализировать рассеяние в средах, динамика рассеивающих центров в которых имеет макроскопически неоднородный характер (т.е. в таких средах, в которых  $\langle \Delta r^2(\tau) \rangle$  и  $\alpha(\tau)$  являются функциями координат). Для этого необходимо разбить среду на области, в пределах каждой из которых  $\langle \Delta r^2(\tau) \rangle$  и  $\alpha(\tau)$  могут считаться не зависящими от пространственных координат, решить уравнение (2.4) в каждой из таких областей, а затем сшить полученные решения, используя условия на границах между областями.

### 2.1.2 Граничные условия для $G_1(\mathbf{r}, \tau)$

Рассмотрим задачу расчета временной автокорреляционной функции многократно рассеянного светового поля в образце случайно-неоднородной среды объема  $V$ , ограниченного поверхностью  $S$ . Разобьем образец на  $N$  областей  $V_n$  ( $n = 1, \dots, N$ ), ограниченных поверхностями  $S_{n,m}$  ( $n, m = 1, \dots, N$ ).  $S_{n,m}$  есть поверхность, отделяющая область  $V_n$  от области  $V_m$ . Линейный размер каждой из областей  $V_n$  будем счи-

тать существенно превышающим величину транспортной длины свободного пробега фотона  $\ell^{*(n)}$  в ее пределах. Поверхности  $S_{n,m}$  существуют, естественно, только для таких комбинаций индексов  $n, m$ , которые соответствуют граничащим друг с другом областям среды  $V_n, V_m$ . В области  $V_n$  имеем  $\alpha(\tau) \equiv \alpha_n(\tau)$ .

Пусть  $G_1^{(n)}(\mathbf{r}, \tau)$  — решение уравнения (2.4) в области  $V_n$ . Условия для  $G_1^{(n)}(\mathbf{r}, \tau)$  на границах  $S_{n,m}$  между областями следуют из простых физических соображений: необходимо потребовать непрерывности  $G_1^{(n)}(\mathbf{r}, \tau)$  на  $S_{n,m}$  и непрерывности потока энергии каждой спектральной компоненты через  $S_{n,m}$ . Поскольку последний пропорционален Фурье-образу  $G_1$ , то окончательно получаем граничные условия, аналогичные условиям для средней интенсивности [142–145]:

$$G_1^{(n)}(\mathbf{r}, \tau) = G_1^{(m)}(\mathbf{r}, \tau), \quad \mathbf{r} \in S_{n,m}, \quad (2.8)$$

$$D_p^{(n)} \left( \hat{n}_{n,m} \cdot \nabla G_1^{(n)}(\mathbf{r}, \tau) \right) = D_p^{(m)} \left( \hat{n}_{n,m} \cdot \nabla G_1^{(m)}(\mathbf{r}, \tau) \right), \quad \mathbf{r} \in S_{n,m}, \quad (2.9)$$

где  $D_p^{(n)}$  — коэффициент диффузии света в пределах объема  $V_n$ ,  $\hat{n}_{n,m}$  — единичная нормаль к поверхности  $S_{n,m}$ .

В экспериментах по многократному рассеянию образец, как правило, нельзя считать бесконечно протяженным. Поэтому необходимо указать граничное условие для  $G_1$  на границе  $S$  между многократно рассеивающей и прозрачной средами. В рамках диффузионного приближения это условие получается аналогично условию для средней интенсивности  $U(\mathbf{r})$  (см. п. 1.1.2.4) [75]:

$$G_1(\mathbf{r}, \tau) - \Delta \cdot \ell^* (\hat{n} \cdot \nabla G_1(\mathbf{r}, \tau)) = 0, \quad \mathbf{r} \in S, \quad (2.10)$$

где  $\hat{n}$  — внутренняя нормаль к поверхности  $S$ , постоянная  $\Delta$  определяется выражением (1.39).

## 2.2 Аналитическое решение задачи динамического многократного рассеяния света в многослойной среде

Пусть каждая из областей  $V_n$  ( $n = 1, \dots, N$ ) имеет вид плоскопараллельного слоя, перпендикулярного оси  $z$ , а границы  $S_{n,n+1}$  между соседними слоями представляют из себя плоскости  $z = z_n$ . Весь образец случайно-неоднородной среды заключен между плоскостями  $z = 0$ ,  $z = L$ . Через  $\Delta_n = z_n - z_{n-1}$  обозначим толщину  $n$ -ого слоя (см. рис. 2.1).

Будем характеризовать случайно-неоднородную среду внутри слоя  $n$  коэффициентом поглощения излучения  $\mu_a^{(n)}$ , приведенным коэффициентом рассеяния излучения  $\mu_s^{(n)}$  и коэффициентом диффузии частиц  $D_B^{(n)} = (4k^2\tau_0^{(n)})^{-1}$ , где  $k = 2\pi/\lambda$ .

### 2.2.1 Решение для произвольного числа слоев $N$

Если на описанную слоистую среду падает когерентная плоская волна, то функцию источника  $S_0(\mathbf{r})$  в уравнении (2.4) можно приближенно записать в виде  $S_0(\mathbf{r}) \simeq s_0\delta(z - z_0)$  где  $\delta$  — дельта-функция Дирака, а  $z_0 \simeq \ell^{*(1)}$  — расстояние, на котором направленное лазерное излучение преобразуется в диффузное;  $\ell^{*(1)} = (\mu_s^{(1)})^{-1}$ . Решения уравнения (2.4) внутри каждого из слоев имеют при этом простой вид [76]:

$$\begin{aligned} G_1^{(1)}(z, \tau) &= A_1 \exp(\alpha_1 z) + B_1 \exp(-\alpha_1 z) \\ &\quad + (S_0 / (2D_p^{(1)} \alpha_1)) \exp(-\alpha_1 |z - z_0|), \\ G_1^{(n)}(z, \tau) &= A_n \exp(\alpha_n z) + B_n \exp(-\alpha_n z), \quad n = 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Здесь  $A_n$  и  $B_n$  — постоянные, которые должны быть определены из граничных условий (2.8–2.10). Для упрощения анализа, мы пренебрежем экстраполяционными длинами  $\Delta \cdot \ell^{*(1)}$  и  $\Delta \cdot \ell^{*(N)}$  по сравнению с толщинами слоев  $\Delta_1$  и  $\Delta_N$ , соответственно. Тогда граничные условия

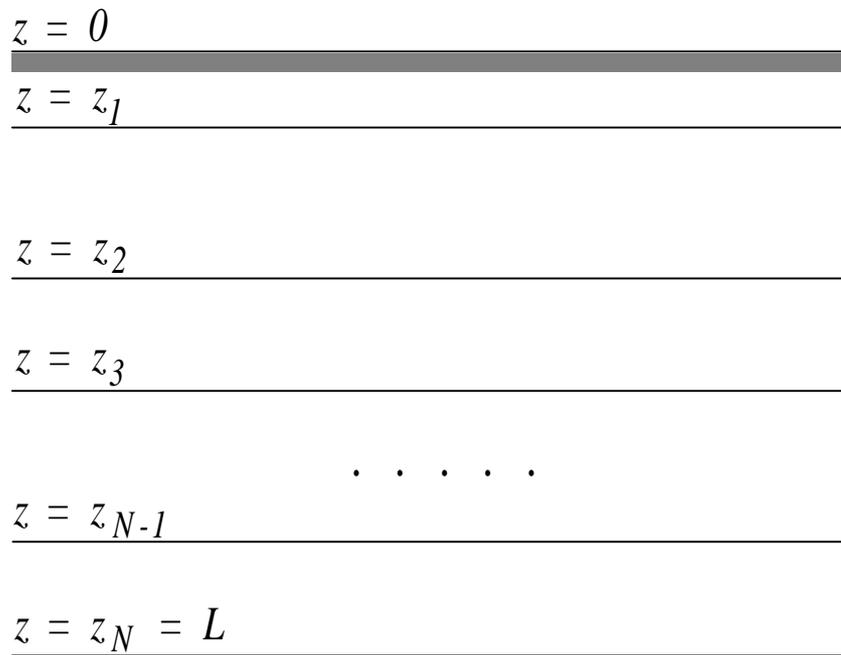


Рис. 2.1: Схематическое изображение случайно-неоднородной среды, состоящей из  $N$  слоев. Плоскости  $z = z_n$  определяют границы между слоями  $n$  и  $n + 1$ .

принимают вид:

$$\begin{aligned} G_1^{(1)}(0, \tau) &= G_1^{(N)}(L, \tau) = 0, \\ G_1^{(n)}(z_n, \tau) &= G_1^{(n+1)}(z_n, \tau), \quad n = 1, \dots, N-1, \\ D_p^{(n)} \frac{\partial G_1^{(n)}(z_n, \tau)}{\partial z} &= D_p^{(n+1)} \frac{\partial G_1^{(n+1)}(z_n, \tau)}{\partial z}, \quad n = 1, \dots, N-1. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Выражения (2.11) и (2.12) приводят к системе линейных уравнений относительно  $A_n, B_n$ . Ее анализ удобнее всего проводить с использованием матричной алгебры. Границу между  $n$ -ым и  $(n+1)$ -ым слоями будем описывать матрицей  $T^{(n)}(\tau)$ :

$$T^{(n)}(\tau) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \beta_{(+)}^{(n)} \exp(\alpha_{(-)}^{(n)} z_n) & \beta_{(-)}^{(n)} \exp(-\alpha_{(+)}^{(n)} z_n) \\ \beta_{(-)}^{(n)} \exp(\alpha_{(+)}^{(n)} z_n) & \beta_{(+)}^{(n)} \exp(-\alpha_{(-)}^{(n)} z_n) \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

где  $n = 1, \dots, N-1$  и

$$\alpha_{(\pm)}^{(n)} = \alpha_{n+1} \pm \alpha_n, \quad (2.14)$$

$$\beta_{(\pm)}^{(n)} = \left( 1 \pm \frac{D_p^{(n+1)} \alpha_{n+1}}{D_p^{(n)} \alpha_n} \right). \quad (2.15)$$

Добавив определение матрицы  $T^{(n)}$  для  $n = N$  в виде

$$T^{(N)}(\tau) = \begin{pmatrix} -\exp(-\alpha_N L) & -\exp(-\alpha_N L) \\ \exp(\alpha_N L) & \exp(\alpha_N L) \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

получаем общие выражения для временных автокорреляционных функций диффузно отраженного ( $B$ ) и прошедшего через среду ( $T$ ) света в пределе  $\alpha_1 \ell^{*(1)} \ll 1$ :

$$G_1^B(\tau) = 3s_0 \frac{\text{Tr}[S_B T_N]}{\text{Tr}[T_N]}, \quad (2.17)$$

$$G_1^T(\tau) = 3s_0 \frac{\text{Tr}[S_T]}{\text{Tr}[T_N]}, \quad (2.18)$$

Здесь  $T_N(\tau) = T^{(1)}(\tau)T^{(2)}(\tau)\dots T^{(N)}(\tau)$ ,  $\text{Tr}[A]$  обозначает след матрицы  $A$ , диагональные матрицы  $S_B$  и  $S_T$  определяются выражениями

$$S_B(\tau) = \begin{pmatrix} \exp(\alpha_1 \ell^{*(1)}) & 0 \\ 0 & \exp(-\alpha_1 \ell^{*(1)}) \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

$$S_T(\tau) = \begin{pmatrix} \exp(\alpha_N \ell^{*(N)}) & 0 \\ 0 & -\exp(-\alpha_N \ell^{*(N)}) \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

При этом мы предположили, что диффузно отраженный свет претерпевает последний акт рассеяния на расстоянии  $\ell^{*(1)}$ , а прошедший свет — на расстоянии  $\ell^{*(N)}$  от границы среды.

Проанализируем корреляционные свойства света, многократно рассеянного в слоистой среде, с помощью выражений (2.17, 2.18). Прежде всего, интересно отметить, что все свойства среды, влияющие на временную когерентность многократно рассеянного света, содержатся в квадратной  $2 \times 2$  матрице  $T_N(\tau)$ , которая, в свою очередь, равна произведению “локальных” матриц  $T^{(n)}(\tau)$ , описывающих изменения свойств среды от слоя к слою. Кроме того, из выражений (2.17, 2.18) следует, что одна и та же матрица  $T_N(\tau)$  определяет временную корреляционную функцию как диффузно отраженного, так и прошедшего света. Из общих свойств матрицы  $T_N(\tau) = \|T_N^{lm}(\tau)\|^{2,2}$  отметим, что  $\det [T_N] = 0$ , а точнее  $T_N^{11}(\tau) = T_N^{12}(\tau)$  и  $T_N^{21}(\tau) = T_N^{22}(\tau)$ .

Важным для практических расчетов является тот факт, что если матрица  $T_N(\tau)$  известна для заданного  $N$ , то матрица  $T_{N+1}(\tau)$ , соответствующая среде с одним дополнительным слоем, может быть найдена путем умножения матрицы, описывающей этот дополнительный слой, на матрицу  $T_N(\tau)$ . Используя это свойство можно последовательно находить выражения для  $T_N(\tau)$ , начиная с  $N = 1$ :

$$\begin{aligned} T_1^{11} &= T_1^{12} = -\exp(-\alpha L), \\ T_1^{21} &= T_1^{22} = \exp(\alpha L), \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned}
 T_2^{11} &= T_2^{12} = \exp(-\alpha_1 \Delta_1) (\text{sh}(\alpha_2 \Delta_2) \\
 &\quad - (D_p^{(2)} \alpha_2) / (D_p^{(1)} \alpha_1) \text{ch}(\alpha_2 \Delta_2)), \\
 T_2^{21} &= T_2^{22} = \exp(\alpha_1 \Delta_1) (\text{sh}(\alpha_2 \Delta_2) \\
 &\quad + (D_p^{(2)} \alpha_2) / (D_p^{(1)} \alpha_1) \text{ch}(\alpha_2 \Delta_2)), \tag{2.22}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_3^{11} &= T_3^{12} = \exp(-\alpha_1 \Delta_1) (\text{ch}(\alpha_2 \Delta_2) \text{sh}(\alpha_3 \Delta_3) \\
 &\quad - (D_p^{(2)} \alpha_2) / (D_p^{(1)} \alpha_1) \text{sh}(\alpha_2 \Delta_2) \text{sh}(\alpha_3 \Delta_3) \\
 &\quad + (D_p^{(3)} \alpha_3) / (D_p^{(2)} \alpha_2) \text{sh}(\alpha_2 \Delta_2) \text{ch}(\alpha_3 \Delta_3) \\
 &\quad - (D_p^{(3)} \alpha_3) / (D_p^{(1)} \alpha_1) \text{ch}(\alpha_2 \Delta_2) \text{ch}(\alpha_3 \Delta_3)), \\
 T_3^{21} &= T_3^{22} = \exp(\alpha_1 \Delta_1) (\text{ch}(\alpha_2 \Delta_2) \text{sh}(\alpha_3 \Delta_3) \\
 &\quad + (D_p^{(2)} \alpha_2) / (D_p^{(1)} \alpha_1) \text{sh}(\alpha_2 \Delta_2) \text{sh}(\alpha_3 \Delta_3) \\
 &\quad + (D_p^{(3)} \alpha_3) / (D_p^{(2)} \alpha_2) \text{sh}(\alpha_2 \Delta_2) \text{ch}(\alpha_3 \Delta_3) \\
 &\quad + (D_p^{(3)} \alpha_3) / (D_p^{(1)} \alpha_1) \text{ch}(\alpha_2 \Delta_2) \text{ch}(\alpha_3 \Delta_3)), \tag{2.23}
 \end{aligned}$$

и т.д. Хотя аналитические выражения для компонент матрицы  $T_N(\tau)$  могут быть найдены описанным выше образом для любого  $N$ , при больших  $N$  математические выкладки становятся достаточно громоздкими. В то же время, локальные матрицы  $T^{(n)}(\tau)$  могут быть вычислены для любого  $n = 1, \dots, N$  сравнительно легко, а их произведение можно затем получить численно. Таким образом, полученные нами выражения (2.17, 2.18) позволяют предложить простой численный алгоритм нахождения временных корреляционных функций света, многократно рассеянного в слоистой среде, состоящей из произвольного числа слоев  $N$ .

### 2.2.2 Частные случаи $N = 1, 2, 3$

Дальнейший анализ выражений (2.17, 2.18) показывает, что для любого заданного  $N$  искомые временные корреляционные функции могут быть

записаны в виде

$$G_1^B(\tau) = 3s_0 \frac{F_N(\Delta_1 - \ell^{*(1)}, \Delta_2, \dots, \Delta_N)}{F_N(\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N)}, \quad (2.24)$$

$$G_1^T(\tau) = 3s_0 \frac{\alpha_1 \ell^{*(1)} \alpha_2 \ell^{*(2)} \dots \alpha_N \ell^{*(N)}}{F_N(\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N)}. \quad (2.25)$$

Число аргументов функции  $F_N$  равно числу слоев  $N$ . Конкретные выражения для  $F_N$  находятся исходя из выражений (2.17, 2.18):

$$F_1(x_1) = \text{sh}(\alpha_1 x_1), \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} F_2(x_1, x_2) &= \alpha_1 \ell^{*(1)} \text{ch}(\alpha_1 x_1) \text{sh}(\alpha_2 x_2) + \\ &+ \alpha_2 \ell^{*(2)} \text{sh}(\alpha_1 x_1) \text{ch}(\alpha_2 x_2), \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} F_3(x_1, x_2, x_3) &= \alpha_1 \ell^{*(1)} \alpha_2 \ell^{*(2)} \text{ch}(\alpha_1 x_1) \text{ch}(\alpha_2 x_2) \text{sh}(\alpha_3 x_3) + \\ &+ (\alpha_2 \ell^{*(2)})^2 \text{sh}(\alpha_1 x_1) \text{sh}(\alpha_2 x_2) \text{sh}(\alpha_3 x_3) + \\ &+ \alpha_1 \ell^{*(1)} \alpha_3 \ell^{*(3)} \text{ch}(\alpha_1 x_1) \text{sh}(\alpha_2 x_2) \text{ch}(\alpha_3 x_3) + \\ &+ \alpha_2 \ell^{*(2)} \alpha_3 \ell^{*(3)} \text{sh}(\alpha_1 x_1) \text{ch}(\alpha_2 x_2) \text{ch}(\alpha_3 x_3) \end{aligned} \quad (2.28)$$

и т.д. При  $N = 1$  (макроскопически однородная среда) получаем, что характерное время когерентности оказывается порядка  $\tau_0$  для диффузно отраженного света и порядка  $\tau_0(\ell^*/L)^2$  — для прошедшего. Этот вывод согласуется с теоретическими [47] и экспериментальными [25, 26, 89, 90] результатами других авторов.

### 2.2.3 Основные результаты для двухслойной среды

Выражение для автокорреляционной функции света, диффузно отраженного от двухслойной среды, сильно упрощается в случае полубесконечной среды ( $L \rightarrow \infty$ ), при условии, что рассеиватели в первом слое ширины  $\Delta_1 < \infty$  неподвижны ( $\alpha_1 = 0, \tau_0^{(1)} \rightarrow \infty$ ), а второй слой занимает

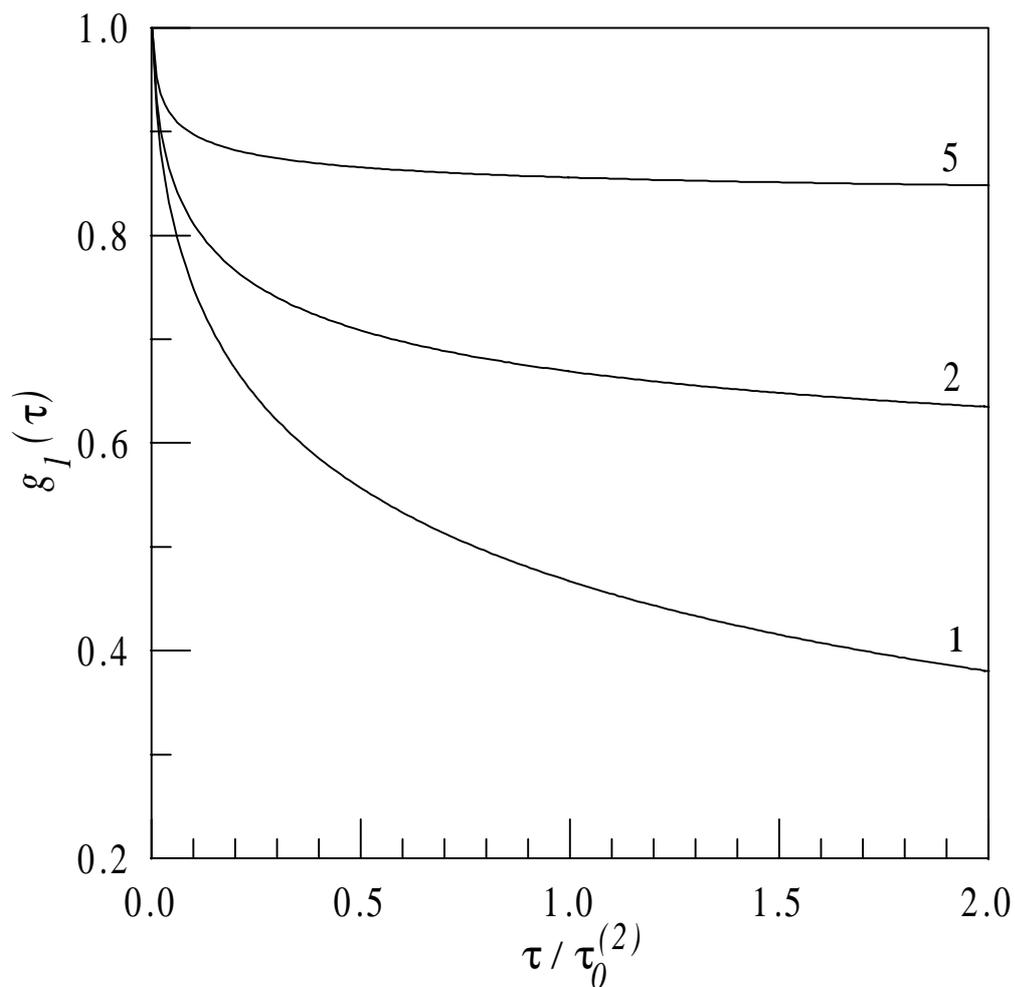


Рис. 2.2: Нормированная временная автокорреляционная функция диффузно отраженного света, рассчитанная для полубесконечной двухслойной среды в предположении, что рассеиватели в первом слое неподвижны ( $\tau_0^{(1)} \rightarrow \infty$ ), а рассеиватели во втором слое движутся как броуновские частицы ( $\tau_0^{(2)} < \infty$ ). Ширина первого слоя  $\Delta_1 = 1, 2, 5\ell^{*(1)}$ , второй слой — полубесконечный ( $\Delta_2 \rightarrow \infty$ ).

область  $z > \Delta_1$ , т.е. имеет бесконечно большую ширину ( $\Delta_2 \rightarrow \infty$ ). В отсутствие поглощения ( $\mu_a^{(1)} = \mu_a^{(2)} = 0$ ) результат имеет вид:

$$G_1^B(\tau) = 3s_0 \left[ 1 - \frac{\ell^{*(1)}}{\Delta_1 + \ell^{*(1)}/\ell^{*(2)}\alpha_2^{-1}} \right]. \quad (2.29)$$

Как видно из этого уравнения,  $G_1^B(\tau)$  убывает с ростом временной задержки  $\tau$  и при  $\tau \rightarrow \infty$  стремится к пределу  $3s_0[1 - \ell^{*(1)}/\Delta_1]$ , не зависящему от свойств среды во втором слое и определяемому только толщиной первого слоя, измеренной в единицах  $\ell^{*(1)}$ . Нормированные корреляционные функции  $g_1(\tau) = G_1(\tau)/G_1(0)$  диффузно отраженного света, рассчитанные по формуле (2.29) показаны на рис. 2.2 для трех различных значений толщины первого, содержащего статические рассеиватели, слоя. Видно, что асимптотическое значение  $g_1$ , соответствующее  $\tau \rightarrow \infty$ , возрастает с увеличением толщины первого слоя  $\Delta_1$ .

#### 2.2.4 Основные результаты для трехслойной среды

На основе формул (2.24, 2.25, 2.28), соответствующих среде, состоящей из трех слоев ( $N = 3$ ), можно рассмотреть представляющую практический интерес задачу определения положения слоя толщиной  $\Delta_2$  внутри случайно-неоднородной среды толщиной  $L$  в условиях, когда этот слой отличается от остальной среды только динамикой составляющих его частиц. Пусть слой случайно-неоднородной среды  $\Delta_2$ , характеризуемый средней транспортной длиной свободного пробега фотона  $\ell^*$  и коэффициентом диффузии частиц  $D_B^{(2)}$ , помещен внутри случайно-неоднородной среды, занимающей область  $0 \leq z \leq L$  и характеризуемой той же самой транспортной длиной свободного пробега  $\ell^*$ , но другим коэффициентом диффузии частиц  $D_B^{(1)} \neq D_B^{(2)}$  (коэффициенты поглощения света будем считать равными нулю). Положение слоя  $\Delta_2$  будем задавать расстоянием  $z$  от плоскости  $z = 0$  до ближайшей к ней стороне слоя. Автокорреляционные функции рассеянного света для такой геометрии можно

получить на основе формул (2.24, 2.25) с использованием (2.28), где надо положить  $\Delta_1 = z$ ,  $\Delta_3 = L - \Delta_1 - \Delta_2$ ,  $D_B^{(3)} = D_B^{(1)}$ ,  $\ell^{*(1)} = \ell^{*(2)} = \ell^{*(3)} = \ell^*$  и  $\mu_a^{(1)} = \mu_a^{(2)} = \mu_a^{(3)} = 0$ .

Пусть, для определенности,  $D_B^{(2)} > D_B^{(1)}$ . Тогда наличие слоя  $\Delta_2$  внутри среды должно приводить к более быстрому убыванию нормированной временной автокорреляционной функции  $g_1(\tau)$  по сравнению с  $g_1^{(0)}(\tau)$ , соответствующей макроскопически однородной среде ( $D_B^{(2)} = D_B^{(1)}$ ). Влияние динамически неоднородного слоя удобно характеризовать максимальным отклонением  $g_1(\tau)$  от  $g_1^{(0)}(\tau)$ :

$$\Delta g = \max_{0 < \tau < \infty} |g_1(\tau) - g_1^{(0)}(\tau)| \equiv |g_1(\tau_{max}) - g_1^{(0)}(\tau_{max})|, \quad (2.30)$$

где через  $\tau_{max}$  обозначена временная задержка, при которой это максимальное отклонение достигается. На рис. 2.3 значение временной задержки  $\tau_{max}$ , при которой достигается максимальное отклонение  $\Delta g$ , показано как функция положения  $z$  слоя, а на вставке рис. 2.3 показаны значения  $\Delta g$ . Расчет проведен при  $\tau_0^{(2)} = 0.25\tau_0^{(1)}$ ,  $L = 100\ell^*$ ,  $\Delta_2 = 10\ell^*$ .

Как видно из рисунка, временные автокорреляционные функции как диффузно отраженного, так и прошедшего через образец света оказываются чувствительными к положению динамически неоднородной области. Влияние динамически неоднородного слоя более заметно в прошедшем свете, чем в отраженном, для всех  $z$ , кроме предельно малых (а именно, при  $z > 5\ell^*$ ).

В прошедшем свете как  $\Delta g(z)$ , так и  $\tau_{max}(z)$  имеют симметричный вид. Это говорит о том, что динамически неоднородные слои, находящиеся на одинаковом расстоянии от плоскостей  $z = 0$  и  $z = L$ , оказывают одинаковое влияние на автокорреляционную функцию прошедшего через образец света. Этот вывод можно сделать и непосредственно из анализа выражений (2.25, 2.28).

Наибольшее отклонение автокорреляционной функции  $g_1(\tau)$  от

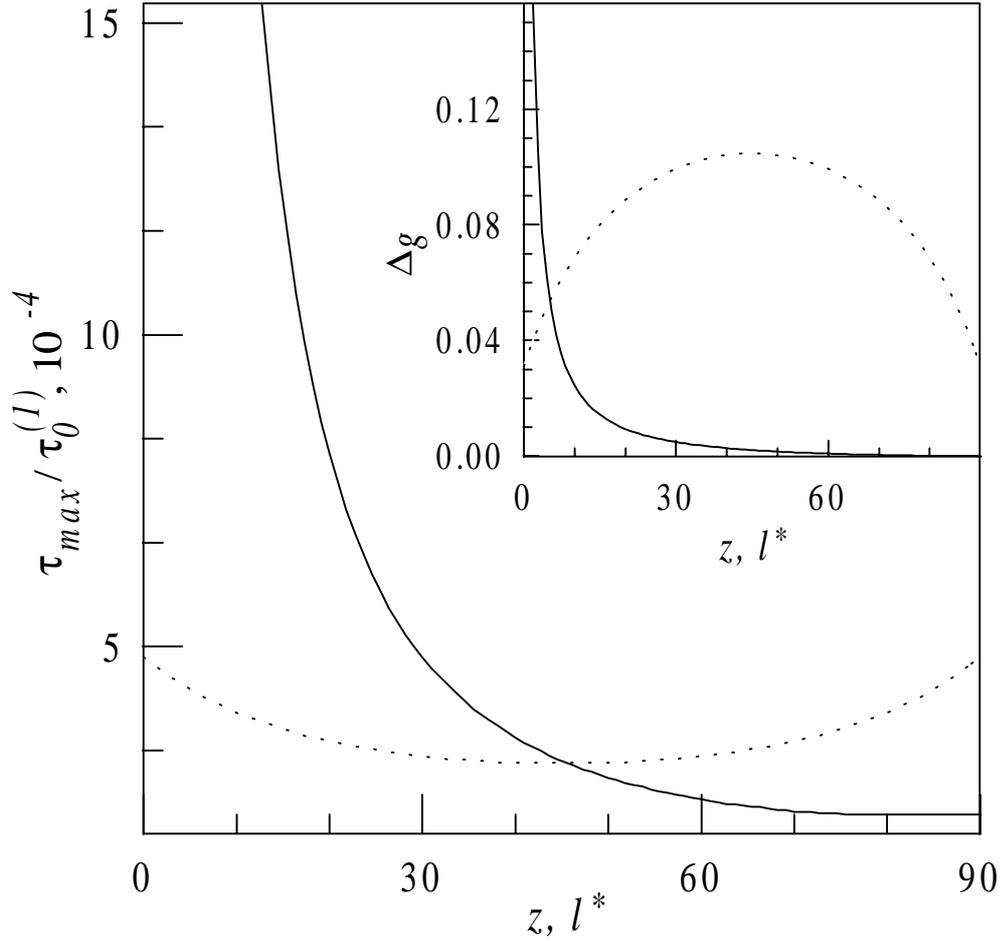


Рис. 2.3: Временная задержка  $\tau_{max}$ , при которой достигается максимальное отклонение временной автокорреляционной функции в присутствии динамически неоднородного слоя шириной  $\Delta_2 = 10\ell^*$  от ее значения в макроскопически однородной среде ( $L = 100\ell^*$ ), показана как функция глубины  $z$  положения слоя. Слой отличается от окружающей его среды только более интенсивным движением рассеивателей внутри него ( $\tau_0^{(2)} = 0.25\tau_0^{(1)}$ ). Непрерывные линии соответствуют диффузно отраженному свету, пунктир — прошедшему свету. На вставке показаны соответствующие значения  $\Delta g$ .

$g_1^{(0)}(\tau)$  в прошедшем свете достигается, когда слой находится в середине среды. Причина этого состоит в том, что именно в плоскости  $z = L/2$  достигается максимальная плотность траекторий фотонов, покидающих среду в плоскости  $z = L$  [92]. Поэтому, если динамически неоднородный слой помещен в середину среды, то проходящие через среду фотоны испытывают максимально возможное количество актов рассеяния внутри него, что, собственно, и приводит к тому, что  $\Delta g$  в этом случае достигает максимума.

По сходным причинам временная задержка  $\tau_{max}$ , при которой достигается максимальный “контраст” в прошедшем свете, минимальна, когда динамически неоднородный слой расположен посередине образца. Наиболее сильно динамически неоднородный слой воздействует на фотоны, которые проходят через него несколько раз, что возможно, только если фотон имеет достаточно длинную траекторию. В соответствии с основными принципами ДВС [89, 90], длинные траектории фотонов определяют поведение корреляционной функции при коротких временных задержках  $\tau$ , и наоборот [25, 26]. Поэтому наибольшее отклонение  $g_1(\tau)$  от  $g_1^{(0)}(\tau)$  достигается при наиболее коротком  $\tau$  в том случае, когда слой находится точно в середине среды.

Зависимости  $\tau_{max}(z)$  и  $\Delta g(z)$  для диффузно отраженного света отличаются от соответствующих зависимостей для прошедшего через образец света. Теперь отклонение от случая макроскопически однородной среды тем больше, чем ближе расположен слой к границе  $z = 0$  среды. Величина отклонения  $\Delta g$  быстро убывает с ростом  $z$  и становится меньше 1% от абсолютной величины  $g_1(\tau_{max})$  уже при  $z \approx 20\ell^*$ . Практически, это означает, что слой толщиной  $\Delta = 10\ell^*$ , помещенный в почти полубесконечную ( $L = 100\ell^*$ ) среду, не оказывает влияния на корреляционную функцию диффузно отраженного света, если он расположен

глубже, чем на расстоянии порядка 20 транспортных длин свободного пробега фотона в среде (естественно, при рассматриваемом соотношении между  $\tau_0^{(1)}$  и  $\tau_0^{(2)}$ ).

Временная задержка  $\tau_{max}$ , при которой достигается максимальное отклонение  $g_1$  от  $g_1^{(0)}$  в диффузно отраженном свете, монотонно уменьшается с ростом  $z$ . Это легко объяснить на основе качественных соображений. Когда слой находится вблизи границы  $z = 0$  среды, то даже фотоны, рассеивающиеся вдоль коротких траекторий, достигают его объема. Эти короткие траектории как раз соответствуют большим временным задержкам при малых  $z$ . Если глубина  $z$ , на которой находится динамически неоднородный слой, достаточно велика, то только фотоны, имеющие длинные траектории, достигают его и приобретают дополнительную разность фаз. Поскольку эти фотоны определяют поведение корреляционной функции, в основном, при малых временных задержках  $\tau$ , величина  $\tau_{max}$  уменьшается с ростом  $z$ .

### 2.2.5 Влияние поглощения на временную корреляцию рассеянного света

До сих пор при анализе конкретных экспериментальных ситуаций мы полагали, что поглощение света в среде отсутствует. Вместе с тем, полученные в пп. 2.2.1, 2.2.2 формулы справедливы также при наличии в среде небольшого поглощения ( $\mu_a^{(n)} \ll \mu_s^{(n)}$ ). Проанализируем, как сказывается поглощение света в макроскопически неоднородной среде на корреляционных свойствах многократно рассеянного света.

Рассмотрим случай, когда в среде  $V$ , свойства которой описываются параметрами  $D_p^{(1)}$ ,  $\ell^{*(1)}$ ,  $D_B^{(1)}$ ,  $\mu_a^{(1)}$ , имеется включение  $V_1$  произвольной формы, характеризуемое параметрами  $D_p^{(2)}$ ,  $\ell^{*(2)}$ ,  $D_B^{(2)}$ ,  $\mu_a^{(2)}$ . Размеры как самой среды, так и включения считаем, как и раньше, много большими, чем  $\ell^{*(1)}$  и  $\ell^{*(2)}$ , соответственно. Коэффициент “дина-

мического поглощения”  $\alpha^2(\tau)$ , входящий в уравнение диффузии (2.4), вне включения и внутри него удобно записать в виде

$$\alpha_{1,2}^2(\tau) = \frac{3(\tau + T_{1,2})}{2\tau_0^{(1,2)} \ell^{*(1,2)2}}, \quad (2.31)$$

где  $T_{1,2} = 2\mu_a^{(1,2)} \ell^{*(1,2)} \tau_0^{(1,2)}$ . Отсюда видно, что если  $T_1 = T_2 = T$  (т.е. если  $\mu_a^{(1)} \ell^{*(1)} \tau_0^{(1)} = \mu_a^{(2)} \ell^{*(2)} \tau_0^{(2)}$ ), то для расчета  $G_1(\tau)$  в среде с поглощением можно применять те же формулы, что и в среде без поглощения, заменив  $\tau$  на  $\tau + T$ .

В общем случае  $T_1 \neq T_2$  ситуация усложняется и не может быть сведена к простому сдвигу шкалы времени. Оказывается, что при определенном значении временной задержки  $\tau = \tau_1$ , а именно, при

$$\tau_1 = \frac{\ell^{*(1)} \ell^{*(2)}}{2k^2} \cdot \frac{\mu_a^{(2)} \ell^{*(1)} - \mu_a^{(1)} \ell^{*(2)}}{D_B^{(1)} \ell^{*(2)2} - D_B^{(2)} \ell^{*(1)2}}, \quad (2.32)$$

выполняется условие  $\alpha_1(\tau_1) = \alpha_2(\tau_1)$ . Это означает, что  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$ , измеряемая в фиксированной точке  $\mathbf{r}$  при неизменном положении источника излучения, но при различных положениях, размерах и формах неоднородной области, должна при  $\tau = \tau_1$  принимать одно и то же значение, не зависящее от положения, размера и формы включения и определяемое только параметрами  $\ell^{*(1,2)}$ ,  $D_B^{(1,2)}$ ,  $\mu_a^{(1,2)}$  случайно-неоднородной среды вне и внутри  $V_1$ .

Полученный выше результат можно качественно объяснить следующим образом. При  $\mu_a^{(1)} \neq \mu_a^{(2)}$  средняя интенсивность рассеянного света в точке  $\mathbf{r}$  —  $G_1(\mathbf{r}, 0)$  — будет зависеть от положения неоднородного включения, от его формы и размера. В то же время, скорость убывания  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$  с ростом  $\tau$  также будет различной для разных включений. Поэтому кривые  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$ , соответствующие различным включениям, будут иметь различные значения  $G_1(\mathbf{r}, 0)$  и будут убывать с разной скоростью при увеличении  $\tau$ . Это означает, что при определенных условиях они

могут пересечься. Значение  $\tau$ , при котором произойдет это пересечение, дается формулой (2.32).

Заметим, что в частном случае  $\ell^{*(1)} = \ell^{*(2)} = \ell^*$  выражение (2.32) упрощается:

$$\tau_1 = -\frac{\ell^*}{2k^2} \cdot \frac{\Delta\mu_a}{\Delta D_B}. \quad (2.33)$$

Здесь  $\Delta\mu_a = \mu_a^{(2)} - \mu_a^{(1)}$  и  $\Delta D_B = D_B^{(2)} - D_B^{(1)}$  — отклонения коэффициента поглощения света и коэффициента диффузии частиц внутри включения от их значений в окружающей включение среде. Из формулы (2.33) следует, что пересечение кривых  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$ , соответствующих различным положениям, размерам и/или формам включения  $V_1$  будет иметь место только при условии, что  $\Delta\mu_a$  и  $\Delta D_B$  имеют разные знаки. В этом случае точка пересечения будет определяться только отношением  $\Delta\mu_a/\Delta D_B$ , которое, таким образом, может быть экспериментально измерено без знания конкретных геометрических параметров неоднородной области.

Для иллюстрации сделанных выводов, рассмотрим трехслойную среду, аналогичную рассмотренной в п. 2.2.4 за исключением того, что среда внутри включения имеет ненулевой коэффициент поглощения света ( $\mu_a^{(2)} \neq 0$ ). Автокорреляционные функции  $G_1^B(\tau)$  диффузно отраженного света для этого случая можно рассчитать с помощью формул (2.24, 2.28). Результат расчета для различных положений неоднородной области показан на рис. 2.4. Видно, что выводы, сделанные для включений произвольной формы, в случае плоскопараллельного включения хорошо подтверждаются точным расчетом.

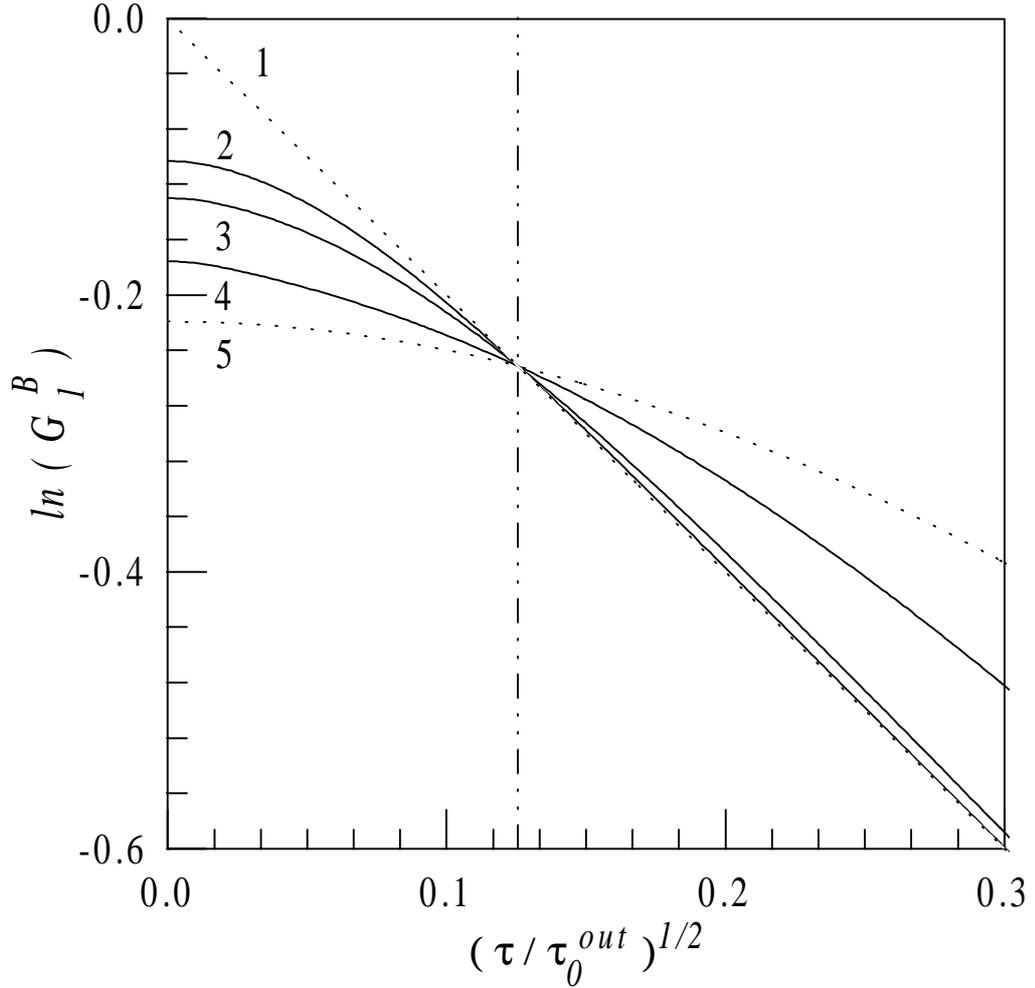


Рис. 2.4: Временные автокорреляционные функции  $G_1^B(\tau)$  диффузно отраженного света для различных положений  $z$  плоскопараллельного включения толщины  $\Delta_2 = 10\ell^*$ , находящегося внутри слоя случайно-неоднородной среды толщины  $L = 100\ell^*$ ;  $\tau_0^{(2)} = 20\tau_0^{(1)}$ ,  $T_2 = 1.5 \times 10^{-2}\tau_0^{(2)}$ . Включение отсутствует (1); включение находится на глубине  $z = 11\ell^*$  (2),  $7\ell^*$  (3),  $3\ell^*$  (4); включение занимает весь образец ( $\Delta_2 = L$ ) (5). Вертикальной линией показано  $\tau = \tau_1$ . Для удобства все кривые нормированы на  $G_1^B(0)$  в отсутствие включения.

## 2.3 Метод Монте-Карло в задаче о динамическом многократном рассеянии света

Модель многослойной случайно-неоднородной среды представляется удобной для того, чтобы на ее примере установить границы применимости диффузионного уравнения (2.4). С этой целью мы провели моделирование динамического многократного рассеяния в слое случайно-неоднородной среды толщины  $L$  и сравнили результаты расчетов с полученными в предыдущем разделе формулами.

### 2.3.1 Принцип моделирования

Применение метода Монте-Карло для расчета временной автокорреляционной функции многократно рассеянного в случайно-неоднородной среде излучения основывается на численном вычислении интеграла по траекториям (1.47) (см. п. 1.1.3.1):

$$G_1(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} I(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, n) \langle \exp \{i \Delta \varphi_n(\tau)\} \rangle. \quad (2.34)$$

Для этого моделируется распространение фотонов вдоль  $N$  случайных траекторий в среде, для каждой из которых вычисляется разность фаз  $\Delta \varphi_m(\tau)$  ( $m = 1, \dots, N$ ) двух фотонов, рассеивающихся вдоль этой траектории в моменты времени, разделенные промежутком  $\tau$ . Типичная траектория, полученная в одном из наших численных экспериментов, представлена на рис. 2.5.

$\Delta \varphi_m(\tau)$  вычисляется с учетом динамики частиц, на которых происходит рассеяние. Важно отметить, что при таком подходе можно задать любую, сколь угодно сложную, зависимость скоростей частиц от их положения в пространстве. Скорости могут иметь как случайную, так и регулярную составляющие, возможно моделирование рассеяния на частицах с коррелированными скоростями и т.п. После вычисления  $\Delta \varphi_m(\tau)$  производится суммирование выражений  $\exp \{i \Delta \varphi_m(\tau)\}$  по всем

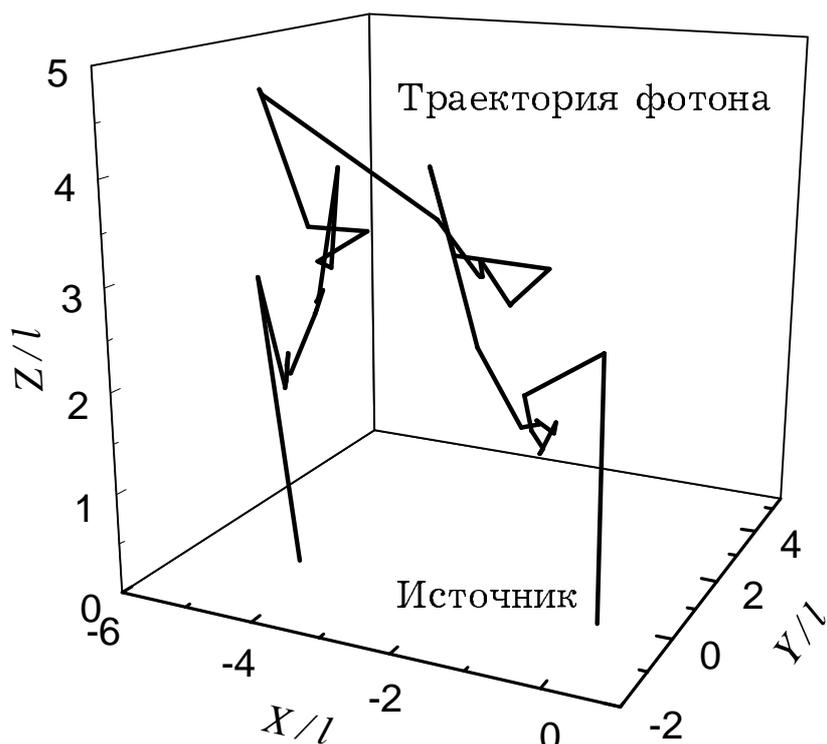


Рис. 2.5: Типичная траектория фотона в случайно-неоднородной многократно рассеивающей излучение среде, содержащей точечные рассеиватели. Источник излучения расположен в начале координат, начальное направление распространения света параллельно оси  $z$ . В каждом из узлов изображенной ломаной линии происходит рассеяние фотона на частице среды, в результате которого направление его распространения меняется случайным образом. Блуждая некоторое время внутри среды, фотон в итоге покидает ее, претерпев достаточно большое число актов однократного рассеяния (46 для изображенной траектории).

$m = 1, \dots, N$ . При этом одновременно осуществляется как усреднение по всем траекториям заданной длины  $n$  ( $\langle \dots \rangle$  в формуле (2.34)), так и суммирование по всем  $n = 1, \dots, \infty$ .

Моделирование распространения света мы проводили аналогично тому, как это делается при моделировании рассеяния на ансамбле неподвижных рассеивателей (см. раздел 1.1.3.3) [95, 96, 99, 146]. На входе в среду направление волнового вектора фотона  $\mathbf{k}$  определяется источником излучения и может быть как случайным (точечный источник или ограниченный лазерный пучок), так и строго заданным (плоская волна). Изменение направления  $\mathbf{k}$  в каждом акте рассеяния является случайным, а плотность вероятности рассеяния фотона на угол  $\theta$  определяется фазовой функцией (см. п. 1.1.2.1 и приложение А). Между последовательными актами рассеяния фотон проходит расстояние  $z_1$ , причем вероятность того, что это расстояние окажется в интервале от  $z$  до  $z+dz$  есть  $p(z) = \ell^{-1} \exp(-z/\ell) dz$ ,  $\ell = (\mu_s)^{-1}$ ,  $\mu_s$  — коэффициент рассеяния (см. п. 1.1.2.1). Длина пробега фотона между последовательными актами рассеяния, таким образом, есть  $z_1 = -\ell \ln R_1$ , а направление движения фотона после акта рассеяния определяется широтой  $\theta$ , вычисляемой в соответствии с фазовой функцией  $p(\cos \theta)$ , и долготой  $\phi = 2\pi R_2$ . Здесь  $R_{1,2}$  — случайные числа, равномерно распределенные в интервале  $[0,1]$ .

Поглощение излучения может быть легко учтено нашей моделью. Если коэффициенты рассеяния и поглощения равны  $\mu_s$  и  $\mu_a$ , соответственно, то альbedo однократного рассеяния есть  $W_0 = \mu_s / (\mu_a + \mu_s)$ . Тогда вероятность поглощения фотона при “столкновении” с частицей среды равна  $1 - W_0$ . При этом можно учесть возможность поглощения фотона как самими частицами, так и жидкостью (газом), в которой частицы взвешены.

### 2.3.2 Изотропное рассеяние

Применим метод Монте-Карло для расчета временной автокорреляционной функции света, рассеянного назад от слоя случайно-неоднородной среды. Для этого мы моделируем распространение в среде некоторого числа  $N$  фотонов, ограничиваясь  $N = 5 \times 10^4$ .

Если на среду падает плоская волна, то  $G_1$  не зависит от положения точки  $\mathbf{r}$  на поверхности среды, в которой производятся ее измерения, т.е.  $G_1(\mathbf{r}, \tau) \equiv G_1(\tau)$ . Аналитический результат, соответствующий такому случаю, дается формулами (2.24, 2.26). Положим для определенности  $L = 10\ell^*$  и остановимся сначала на случае точечных рассеивателей, не поглощающих свет ( $g = 0$ ,  $\ell^* = \ell$ ,  $\mu_a = 0$ ).

Метод Монте-Карло позволяет нам изучить роль различных порядков рассеяния. На рис. 2.6 изображена нормированная временная автокорреляционная функция диффузно отраженного света  $g_1(\tau) = G_1(\tau)/G_1(0)$ . Кривые (1), (10) и (100) соответствуют корреляционным функциям, рассчитанным с учетом вкладов фотонов, порядок рассеяния которых  $n$  меньше или равен 1, 10, 100, соответственно. Кривая ( $\infty$ ) построена с учетом вкладов всех фотонов, а кривая (-1) — без учета вклада процессов однократного рассеяния. Видно, что чем больше наивысший из учтенных порядков рассеяния, тем быстрее спадает корреляционная функция с увеличением  $\tau$ . Кроме того, корреляционная функция (1), соответствующая однократному рассеянию, спадает почти экспоненциально с ростом  $\tau/\tau_0$  (кривая (1) близка к параболе), а  $g_1$ , полученная с учетом всех порядков рассеяния, убывает почти экспоненциально как функция  $(\tau/\tau_0)^{1/2}$  (кривая ( $\infty$ ) — почти прямая линия). Такое поведение временной автокорреляционной функции хорошо согласуется с известными теоретическими и экспериментальными результатами [26, 89].

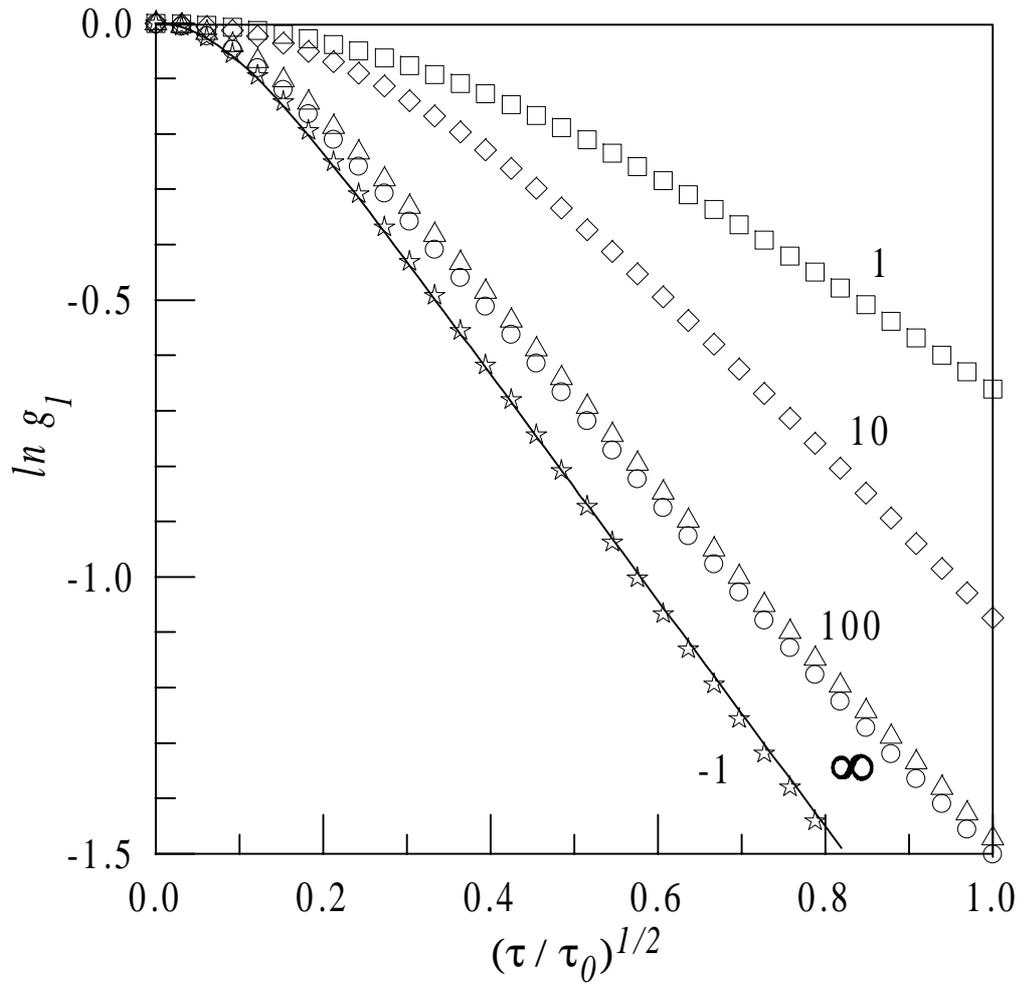


Рис. 2.6: Нормированная временная автокорреляционная функция диффузно отраженного света для  $L = 10\ell^*$ . Результаты численного моделирования: однократное рассеяние (1), порядок рассеяния  $n \leq 10$  (10),  $n \leq 100$  (100), с учетом всех порядков рассеяния ( $\infty$ ), без учета однократного рассеяния (-1). Сплошная линия — аналитический результат.

Реально измеряемой величине соответствует кривая  $(\infty)$ .<sup>1</sup> Из рис. 2.6 видно, что аналитические результаты (сплошная линия) и кривая  $(\infty)$  достаточно сильно расходятся, т.е. диффузионное приближение оказывается неприемлемым для описания временной корреляционной функции рассеянного назад света. В то же время, если мы исключаем вклад процессов однократного рассеяния (кривая  $(-1)$ ), то результаты метода Монте-Карло отлично согласуются с аналитическими. Другими словами, диффузионное приближение хорошо описывает временную корреляцию диффузно отраженного света в ситуациях, когда роль процессов рассеяния низкого порядка пренебрежимо мала.

### 2.3.3 Анизотропное рассеяние

Перейдем теперь к рассмотрению анизотропного рассеяния ( $0 < g < 1$ ). В этом случае транспортная длина свободного пробега фотона  $\ell^*$ , являющаяся характерным масштабом задачи, уже не равна средней длине свободного пробега  $\ell$ . Из формул (2.24, 2.26) следует, что имеет место определенное подобие: результаты для случая  $g \neq 0$  могут быть получены из результатов, соответствующих  $g = 0$ , путем замены  $\ell$  на  $\ell^*$ . Этот вывод подтверждается результатами проведенного нами численного моделирования, представленными на 2.7.

При условии, что отношение ширины слоя случайно-неоднородной среды  $L$  к  $\ell^*$  сохраняется постоянным (для кривых на рис. 2.7  $L/\ell^* = 10$ ), моделирование, проведенное для различных значений параметра анизотропии рассеяния ( $g = 0, 0.5$  и  $0.9$ ), дает почти совпадающие результаты. Подчеркнем, что для  $g = 0, 0.5, 0.9$  моделирование проводилось при различных значениях *физической* толщины слоя  $L$  ( $L = 10\ell, 20\ell, 100\ell$ , соответственно). Как видно из рис. 2.7, аналитические

---

<sup>1</sup>За исключением тех случаев, когда предпринимаются специальные меры для уменьшения роли процессов рассеяния низких порядков.

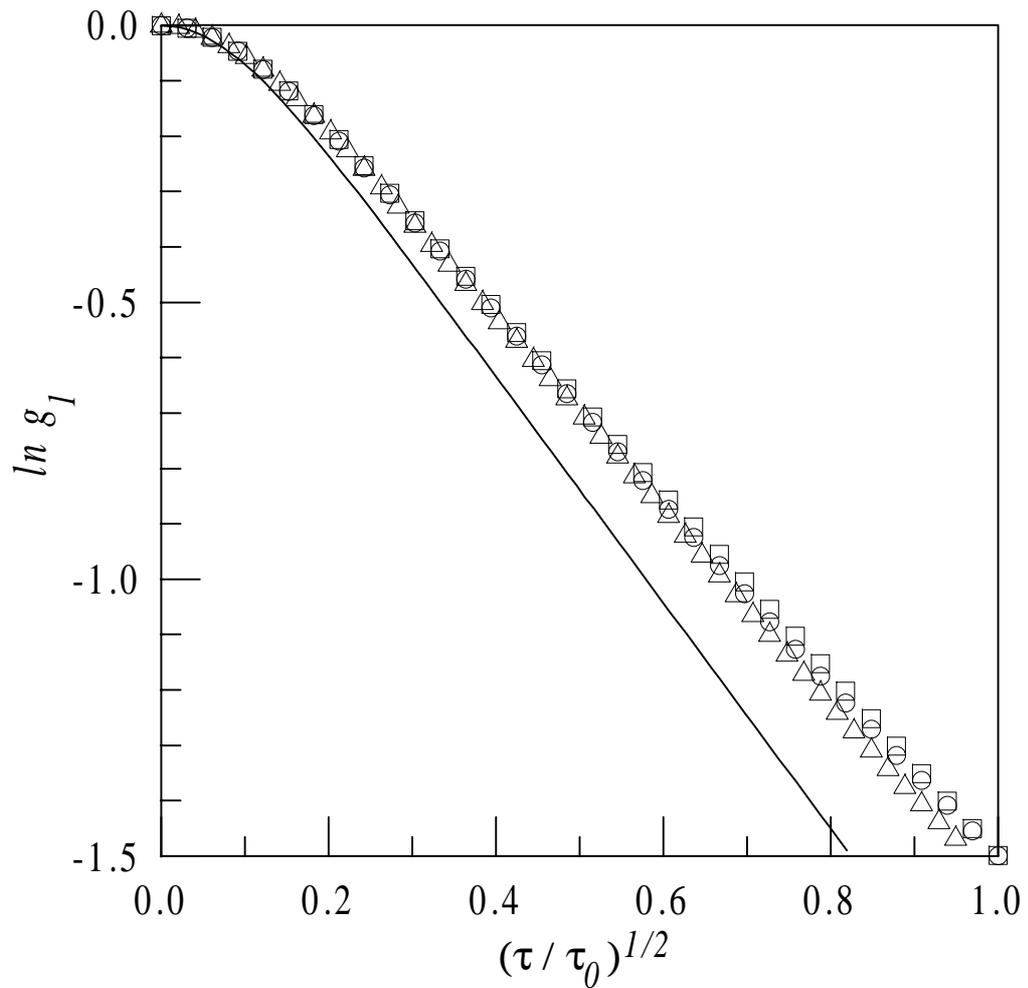


Рис. 2.7: Нормированная временная автокорреляционная функция диффузно отраженного света для  $L = 10\ell^*$  при различных значениях параметра анизотропии  $g$ :  $g = 0$  ( $\circ$ ),  $g = 0.5$  (квадраты),  $g = 0.9$  ( $\triangle$ ). Сплошная линия — аналитический результат.

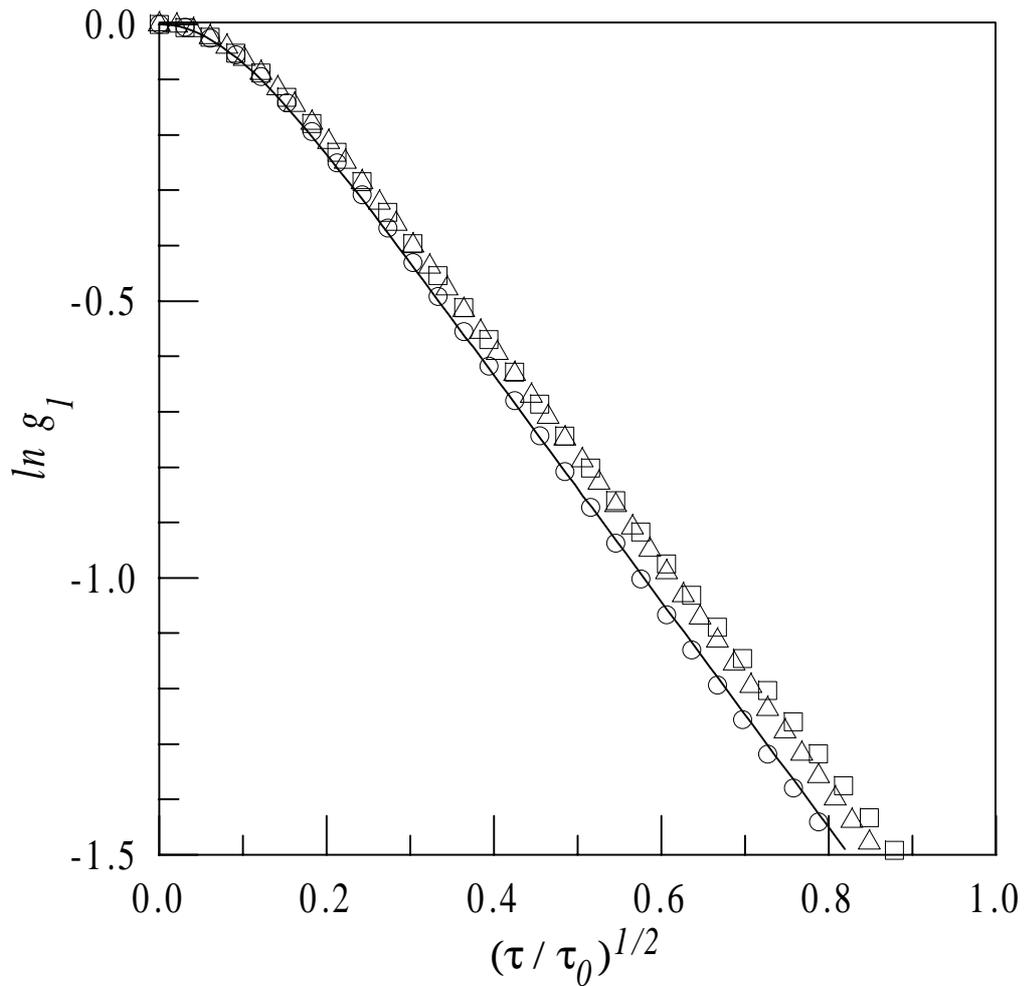


Рис. 2.8: Нормированная временная автокорреляционная функция диффузно отраженного света, рассчитанная без учета процессов рассеяния низких порядков для  $L = 10\ell^*$  при различных значениях параметра анизотропии  $g$ :  $g = 0$  ( $\circ$ ),  $g = 0.5$  (квадраты),  $g = 0.9$  ( $\triangle$ ). Сплошная линия — аналитический результат.

формулы (2.24, 2.26), полученные на основе диффузионного приближения, и численное моделирование методом Монте-Карло дают различные результаты. Как и ранее, это связано с тем, что в диффузионном приближении вклад процессов рассеяния низких порядков описывается неверно. Если, однако, мы искусственно устраним фотоны, рассеявшиеся небольшое число раз  $n \leq n_0 = \ell^*/\ell$  ( $n_0 = 1$  при  $g = 0$ ,  $n_0 = 2$  при  $g = 0.5$  и  $n_0 = 10$  при  $g = 0.9$ ), аналитические результаты достаточно хорошо согласуются с численными (см. рис. 2.8).

Можно, таким образом, сделать вывод о том, что уравнение диффузии для временной автокорреляционной функции должно хорошо описывать только те реальные эксперименты, в которых роль процессов рассеяния низкого порядка незначительна.

## Выводы к главе II

1. При условии  $\lambda \ll \ell^* \ll L$  (где  $\lambda$  — длина волны излучения,  $\ell^*$  — транспортная длина свободного пробега фотона в среде,  $L$  — характерный размер образца случайно-неоднородной среды) и для малых временных задержек  $\tau \ll \tau_0 = (4k^2 D_B)^{-1}$  ( $k = 2\pi/\lambda$ ,  $D_B$  — коэффициент диффузии частиц среды) временная автокорреляционная функция поля многократно рассеянной световой волны  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$  приближенно описывается уравнением диффузии с коэффициентом поглощения, зависящим от  $\tau$ . Это уравнение может быть получено как из уравнения переноса, так и методом диаграмм или с использованием концепции интегралов по траекториям.
2. Диффузионное уравнение для  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$  позволяет сравнительно легко анализировать динамическое многократное рассеяние света в средах с макроскопически неоднородной динамикой рассеивателей. В частности, для многослойной среды можно получить общие

формулы, описывающие временную автокорреляционную функцию рассеянного назад (диффузно отраженного) и прошедшего излучения.

3. Теоретический расчет показывает, что измерения  $G_1$  позволяют получать информацию о положении, размере и характеристиках динамически неоднородного слоя, помещенного в случайно-неоднородную мутную среду.
  4. Наличие разницы между коэффициентами поглощения динамически неоднородной области и остальной среды открывает дополнительные возможности для получения информации об этой области на основе экспериментально измеренных корреляционных функций  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$ .
  5. Методом Монте-Карло установлено, что диффузионное приближение дает верные результаты для временной корреляционной функции рассеянного излучения только в ситуациях, когда роль процессов рассеяния низкого порядка пренебрежимо мала. В противном случае диффузионное приближение оказывается недостаточно точным для количественного описания  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$ .
-

## Глава III

### Возможности локализации и диагностики динамических неоднородностей в мутных средах

В последние годы большое внимание уделяется возможности построения изображений неоднородных областей в многократно рассеивающих свет средах. В работах [147–151], например, показано, что если небольшая область в глубине образца мутной среды отличается от остального объема образца бóльшим (или меньшим) коэффициентом рассеяния света  $\mu'_s$  (или коэффициентом поглощения света  $\mu_a$ ), то измерения интенсивности рассеянного света позволяют определить параметры неоднородной области ( $\mu'_s$ ,  $\mu_a$ , размер, форму, положение) и, в конечном итоге, построить ее “изображение”. Методы такой томографии в условиях многократного рассеяния основаны, в основном, на использовании уравнения диффузии (1.36) для средней интенсивности  $U(\mathbf{r}, t)$  излучения в среде [152–154].

В виду обсуждавшейся в п. 2.1.1 аналогии между уравнениями диффузии для  $U(\mathbf{r}, t)$  и  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$ , представляется интересным рассмотреть возможность определения параметров “динамически неоднородных” областей случайно-неоднородной среды с использованием методов ДВС. Здесь и далее под динамически неоднородной областью (или, для краткости, под динамической неоднородностью) мы будем понимать область случайно-неоднородной среды, отличающуюся от осталь-

ного объема образца только динамикой составляющих ее частиц.

### 3.1 Диффузия временной корреляции с учетом направленных потоков рассеивателей

Обсуждавшийся в предыдущей главе подход, основанный на использовании уравнения диффузии (2.4), позволяет, в принципе, рассматривать среды со сколь угодно сложной динамической структурой. Однако, в п. 2.1.1 его применение было до конца обосновано лишь для случая броуновского движения рассеивателей, что ограничивает область применимости уравнения (2.4). В настоящем разделе мы обобщим уравнение диффузии (2.4)

$$[\nabla^2 - \alpha^2(\tau)] G_1(\mathbf{r}, \tau) = -\frac{cS_0(\mathbf{r})}{D_p} \quad (3.1)$$

на случай, когда в среде имеются направленные потоки рассеивателей.

Основываясь на изложенном в пп. 1.1.3, 1.2.2, выражение (2.5) для  $\alpha^2(\tau)$  можно переписать в виде

$$\alpha^2(\tau) = \frac{3\mu_a}{\ell^*} + \frac{3}{2\ell^{*2}} \cdot \frac{\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle}{n}. \quad (3.2)$$

Одним из важных условий того, чтобы уравнение для  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$  можно было записать в виде (3.1), является тот факт, чтобы усредненная по всем траекториям, включающим  $n$  актов рассеяния, дисперсия разности фаз  $\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle$  между двумя фотонами, рассеявшимися вдоль одной и той же траектории в моменты времени, разделенные промежутком  $\tau$ , была пропорциональна  $n$ . Это условие выполняется, очевидно, не только в случае броуновского движения (см. (1.50)), но и в случае ламинарного сдвигового (см. (1.63)) или пуазейлевского (см. п. 1.2.2.2) потоков рассеивателей.

Поэтому вывод уравнения (3.1), представленный в п. 2.1.1, остается в силе и в случае, когда в среде имеются направленные потоки рассеивающих свет частиц. Теперь, однако, выражение для  $\alpha^2(\tau)$  должно быть получено с учетом конкретной геометрии потока. Предположим, что направленное движение рассеивателей и их хаотическое броуновское блуждание, которое всегда неизбежно присутствует, можно считать независимыми. Тогда  $\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle = \langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle^{(B)} + \langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle^{(F)}$ , где первое слагаемое описывает влияние броуновского движения, а второе — влияние направленного потока рассеивателей.  $\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle^{(B)}$  дается выражением (1.50), а  $\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle^{(F)}$  — выражением (1.63). В результате, из (3.2) получаем

$$\alpha^2(\tau) = \frac{3\mu_a}{\ell^*} + \frac{3\tau}{2\tau_0\ell^{*2}} + 6 \left( \frac{\tau}{\tau_f\ell^*} \right)^2, \quad (3.3)$$

где характерное время  $\tau_f$  определяется среднеквадратичным градиентом  $\Gamma_{eff} = \langle (\nabla \mathbf{v}(\mathbf{r}))^2 \rangle^{1/2}$  распределения скорости  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  в потоке (см. пп. 1.2.2.1, 1.2.2.2):

$$\tau_f = \frac{\sqrt{30}}{k\ell^*\Gamma_{eff}}. \quad (3.4)$$

Поскольку выражение (1.63) для  $\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle$  в случае ламинарного (сдвигового или пуазейлевского) потока рассеивателей было получено в предположении, что на расстояниях порядка  $\ell^*$  скорость потока меняется незначительно, и что  $\tau < \tau_{s,p}$ , выражение (3.3) будет верным при тех же условиях (т.е. в потоках с плавным изменением профиля скорости и при  $\tau < \tau_f$ ).

### 3.2 Теоретический анализ

Применим описанную выше теоретическую модель динамического многократного рассеяния для нахождения временной корреляцион-

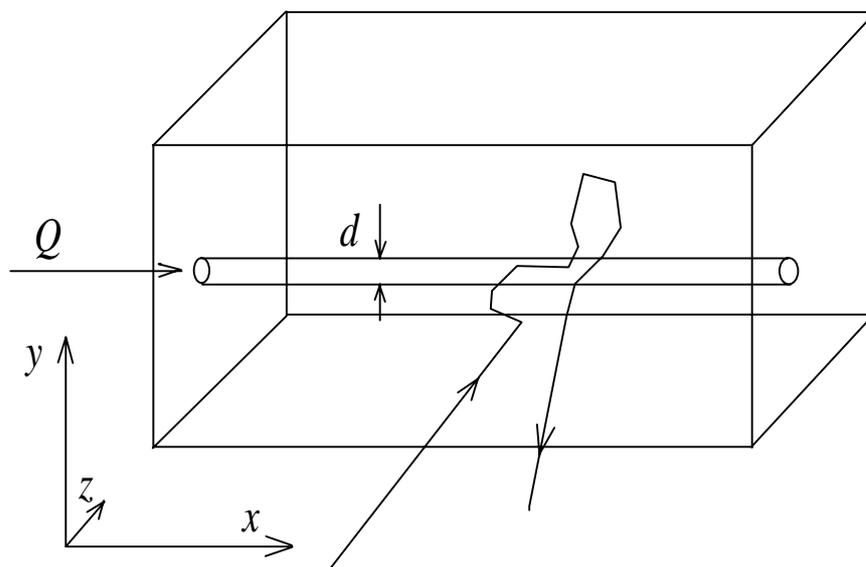


Рис. 3.1: Схема эксперимента, в котором на случайно-неоднородную среду падает “широкий” лазерный пучок. Показана одна из возможных траекторий многократно рассеянного в среде фотона.

ной функции света, многократно рассеянного в случайно-неоднородной среде с пространственно локализованным потоком рассеивателей. Схема рассматриваемого эксперимента представлена на рис. 3.1. Случайно-неоднородная среда заполняет полупространство  $z > 0$ . В среде имеется скрытое включение в виде цилиндрического капилляра диаметра  $d = 2a$ , направленного вдоль оси  $x$  и расположенного на расстоянии  $z$  от границы среды. Ограничимся случаем, когда транспортная длина свободного пробега фотона  $\ell^*$  постоянна по всей среде и  $d > \ell^*$ . Через  $S_1$  обозначим поверхность капилляра, а через  $V_1$  — ограниченный им объем. Пусть в капилляре имеется направленный поток рассеивателей, а во всей остальной среде рассеиватели движутся как броуновские частицы. Тогда в уравнении (3.1) можно ввести пространственную зависимость члена  $\alpha^2(\tau)$  в виде

$$\alpha^2(\tau) = \begin{cases} \alpha_{in}^2(\tau) = 3\tau/(2\tau_0^{in}\ell^{*2}) + 6(\tau/(\tau_f\ell^*))^2, & \mathbf{r} \in V_1, \\ \alpha_{out}^2(\tau) = 3\tau/(2\tau_0^{out}\ell^{*2}), & \mathbf{r} \notin V_1. \end{cases} \quad (3.5)$$

Здесь и далее индексы “in”, “out” обозначают, что соответствующий параметр относится к области внутри или вне капилляра, соответственно.

### 3.2.1 Расчет $\tau_f$

Характерное время  $\tau_f$ , определяющее потерю корреляции, обусловленную направленным движением рассеивателей, дается выражением (3.4). В рассматриваемом нами случае естественно предположить, что распределение скорости потока внутри цилиндрического капилляра будет пуазейлевским (параболическим):

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = v_{max} \left\{ 1 - \left( \frac{\rho}{a} \right)^2 \right\} \hat{e}_x, \quad (3.6)$$

где  $\rho$  — расстояние от оси капилляра до точки  $\mathbf{r}$ ,  $v_{max}$  — максимальная скорость в потоке, достигаемая на оси капилляра. Среднеквадратич-

ный градиент скорости потока, вычисленный с использованием (3.6), оказывается равным

$$\Gamma_{eff} = \left[ \frac{1}{\pi a^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^a \rho d\rho (\nabla \mathbf{v}(\mathbf{r}))^2 \right]^{1/2} = \sqrt{2} \frac{v_{max}}{a} = 2\sqrt{2} \frac{\langle v \rangle}{a} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{Q}{a^3}, \quad (3.7)$$

где  $\langle v \rangle$  — средняя скорость рассеивателей в потоке, и  $Q = \pi a^2 \langle v \rangle$  — объемный расход жидкости, равный ее объему, проходящему через сечение капилляра в единицу времени.

Изложенная постановка задачи означает, что мы считаем дополнительную потерю корреляции фотонов в области локализации потока зависящей только от общей длины их траекторий внутри объема  $V_1$ , а не от конкретных форм их траекторий. Именно такое упрощение реальной ситуации лежит в основе диффузионного приближения в среде с потоками рассеивателей. Указанное приближение верно только при  $d > \ell^*$  и только для тех фотонов, которые имеют достаточно длинные траектории.

Из выражений (3.4, 3.7) окончательно получаем

$$\tau_f = \frac{\sqrt{15}a}{kl^*v_{max}} = \frac{\sqrt{15}a}{2kl^*\langle v \rangle} = \frac{\pi\sqrt{15}a^3}{2kl^*Q}. \quad (3.8)$$

### 3.2.2 Граничные условия и источники излучения

Граничные условия на поверхности  $S_1$  капилляра следуют из (2.8, 2.9) при  $D_p^{(n)} = D_p^{(m)}$ ,  $n = \text{“in”}$ ,  $m = \text{“out”}$ :

$$G_1^{in}(\mathbf{r}, \tau) = G_1^{out}(\mathbf{r}, \tau), \quad \mathbf{r} \in S_1, \quad (3.9)$$

$$(\hat{n} \cdot \nabla G_1^{in}(\mathbf{r}, \tau)) = (\hat{n} \cdot \nabla G_1^{out}(\mathbf{r}, \tau)), \quad \mathbf{r} \in S_1, \quad (3.10)$$

где  $G_1^{in,out}(\mathbf{r}, \tau)$  — решения уравнения (3.1) внутри и вне объема  $V_1$ , соответственно. Условие для  $G_1^{out}$  на границе  $S$  среды имеет обычный вид (см. п. 2.1.2):

$$G_1^{out}(\mathbf{r}, \tau) - \Delta \cdot \ell^* (\hat{n} \cdot \nabla G_1^{out}(\mathbf{r}, \tau)) = 0, \quad \mathbf{r} \in S, \quad (3.11)$$

В уравнениях (3.10, 3.11)  $\hat{n}$  — внутренняя единичная нормаль к поверхностям  $S_1$  и  $S$ , соответственно.

Для завершения математической постановки задачи необходимо задать распределение  $S_0(\mathbf{r})$  источников света в среде. В эксперименте образец обычно освещается лазерным пучком конечной ширины  $b$ . Наиболее просто теоретическому описанию поддаются случаи  $b \gg \ell^*$  и  $b < \ell^*$ , так как в первом случае можно приближенно считать, что на поверхность среды падает плоская волна (см. рис. 3.1), а во втором — рассматривать точечный источник излучения, положение которого на поверхности среды определяется его координатой  $y_s$  (см. рис. 3.2). Учитывая, что когерентное лазерное излучение преобразуется в диффузное на глубине  $z_0 \sim \ell^*$  [10] (см. также п. 2.2.1), запишем функцию источника в уравнении (3.1) в виде

$$S_0(\mathbf{r}) \simeq \begin{cases} s_0 \delta(z - z_0), & b \gg \ell^*, \\ s_0 \delta^3(\mathbf{r} - \{0, y_s, z_0\}), & b < \ell^*. \end{cases} \quad (3.12)$$

### 3.2.3 Аналитические выражения для $G_1(\tau)$

Найдем сначала временную автокорреляционную функцию диффузно отраженного света в отсутствие капилляра (макроскопически однородная среда,  $\alpha_{in} = \alpha_{out}$ ). Для этого решаем уравнение (3.1) с граничным условием (3.11) и в найденное решение подставляем  $\mathbf{r} = \{x, y, \ell^*\}$ . Координата  $z$  детектора положена равной  $\ell^*$ , поскольку именно вблизи плоскости  $z = \ell^*$  рассеянное излучение претерпевает последний акт рассеяния. В пределе  $\tau \ll \tau_0$  получаем

$$G_1^{(0)}(\tau) = 3s_0 \exp\{-\gamma \cdot \alpha_{out} \ell^*\} \quad (3.13)$$

при  $b \gg \ell^*$  и

$$G_1^{(0)}(x, y, \tau) = \frac{3s_0}{4\pi\ell^*} \left\{ \frac{\exp(-\alpha_{out}\rho)}{\rho} - \frac{\exp(-\alpha_{out}\sqrt{\rho^2 + 4\gamma^2\ell^{*2}})}{\sqrt{\rho^2 + 4\gamma^2\ell^{*2}}} \right\} \quad (3.14)$$

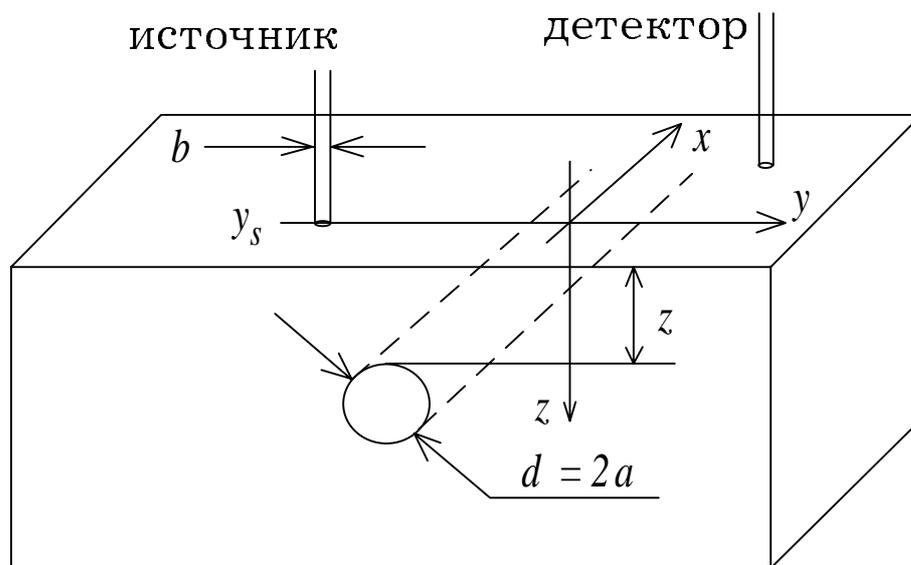


Рис. 3.2: Схема эксперимента, в котором подвод излучения к среде и регистрация рассеянного света проводятся с использованием оптических световодов.

при  $b < \ell^*$ . В этих формулах  $\gamma = 1 + \Delta$  — численная константа порядка двух,  $\rho = (x^2 + (y - y_s)^2)^{1/2}$  (см. рис. 3.2) и источник света предполагается расположенным в точке  $(0, y_s)$  на поверхности среды. Индекс (0) временной автокорреляционной функции  $G_1^{(0)}$  обозначает ее соответствие макроскопически однородному случаю.

Результаты (3.13, 3.14) были получены ранее другими методами (см. п. 1.2.1), а также подтверждены экспериментально [89, 90]. Отметим, что корреляционная функция (3.13) не зависит ни от положения  $\{x, y\}$  детектора на поверхности среды, ни от величины транспортной длины свободного пробега фотона  $\ell^*$ .

Пусть теперь в капилляре имеется ламинарный поток рассеивающих свет частиц. В этом случае запишем решение уравнения (3.1) с граничными условиями (3.9, 3.10) на поверхности  $S_1$  капилляра в виде  $G_1 = G_1^{(0)} + G_1^{(s)}$ , где второе слагаемое, описывающее влияние потока на корреляционную функцию, можно рассматривать как “рассеянную” волну (в виду аналогии между уравнением диффузии (3.1) и волновым уравнением Гельмгольца<sup>1</sup>). Выражение для этого члена может быть найдено путем формального решения уравнения диффузии [76, 77, 155] и совпадает по форме с выражением для электромагнитной волны, рассеянной на диэлектрическом цилиндре [2] с точностью до замены волновых чисел  $K_{in,out}$  внутри и вне рассеивателя на  $i\alpha_{in,out}(\tau)$ , соответственно. При  $b \gg \ell^*$  получаем результат, аналогичный результату, описывающему рассеяние плоской волны:

$$G_1^{(s)}(y, \tau) = - \frac{3s_0(h - z_0)}{2\pi\ell^*} \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp}{\cos p} \cos(n(p - \theta)) \times f_n \left( \alpha_{out} \frac{h - z_0}{\cos p}, \alpha_{out} \sqrt{h^2 + y^2}, \alpha_{out} a, \alpha_{in} a \right), \quad (3.15)$$

<sup>1</sup>Уравнение (3.1) можно рассматривать как уравнение Гельмгольца  $[\nabla^2 + K^2(\tau)] G_1(\mathbf{r}, \tau) = -cS_0(\mathbf{r})/D_p$  с мнимым волновым числом  $K(\tau) = i\alpha(\tau)$ .

где

$$f_n(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4) = K_n(\xi_1) K_n(\xi_2) \left[ \frac{\xi_3 I_n'(\xi_3) I_n(\xi_4) - \xi_4 I_n(\xi_3) I_n'(\xi_4)}{\xi_3 K_n'(\xi_3) I_n(\xi_4) - \xi_4 K_n(\xi_3) I_n'(\xi_4)} \right], \quad (3.16)$$

$I_n, K_n$  — модифицированные функции Бесселя, штрих обозначает дифференцирование соответствующей функции по ее аргументу,  $h = z + a$  и  $\theta = \arctg(y/h)$ . При  $b < \ell^*$  результат аналогичен (в описанном выше смысле) выражению для электрического поля в сферической волне, рассеянной на цилиндрическом рассеивателе:

$$G_1^{(s)}(x, y, \tau) = - \frac{3s_0}{2\pi^2 \ell^*} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} dp \cos(n\theta) \cos(px) \\ \times f_n \left( r\sqrt{p^2 + \alpha_{out}^2}, r_s\sqrt{p^2 + \alpha_{out}^2}, a\sqrt{p^2 + \alpha_{out}^2}, a\sqrt{p^2 + \alpha_{in}^2} \right), \quad (3.17)$$

где  $r = (h^2 + y^2)^{1/2}$  и  $r_s = (h^2 + y_s^2)^{1/2}$ .

Теперь необходимо удовлетворить условию (3.11) на границе  $S$  среды. Для этого мы приближенно заменяем (3.11) нулевым условием для  $G_1$  на экстраполированной границе (см. п. 1.1.2.4)  $z = -z_1 = -\Delta \cdot \ell^*$  и применяем метод изображений [76], подобно тому, как это обычно делают в задачах электростатики [40]. Воображаемые капилляр и источник излучения помещаются по другую сторону от плоскости  $z = -z_1$  так, чтобы геометрия задачи стала симметричной относительно этой плоскости. В итоге решение уравнения (3.1), удовлетворяющее всем необходимым граничным условиям (3.9–3.11), записывается в виде суммы выражений (3.13) или (3.14) и членов типа (3.15) или (3.17), соответствующих двум различным капиллярам и источникам света.

### 3.3 Сравнение теоретических результатов с экспериментальными — I

В настоящем разделе мы проведем сопоставление теоретических результатов, соответствующих случаю “широкого” пучка ( $b > \ell^*$ ) с

данными, полученными экспериментально.<sup>1</sup> Краткое описание экспериментальной установки приводится в приложении Б. Более подробно методика проведения экспериментов изложена в работе [136].

### 3.3.1 ДВС в присутствии локализованного в пространстве ламинарного потока рассеивателей

Нормированные автокорреляционные функции  $g_1(\tau) = G_1(\tau)/G_1(0)$  рассеянного назад (диффузно отраженного) света показаны на рис. 3.3 для различных положений  $z$  капилляра при фиксированной его координате  $y = 0$  и заданном объемном расходе суспензии  $Q$ . Через капилляр протекает та же самая суспензия, какой заполнен весь объем образца (см. приложение А). Теоретический расчет проводился по формулам (3.13, 3.15) при  $\tau_f < \infty$ ,  $\tau_0^{in} = \tau_0^{out}$ .

Как видно из этого рисунка, влияние динамической неоднородности существенно только в пределах определенного диапазона временных задержек  $\tau$ . Как при достаточно малых, так и при больших  $\tau$  корреляционная функция определяется броуновским движением частиц. При малых значениях  $\tau$  это связано с различным характером временной зависимости членов, описывающих декорреляцию, обусловленную броуновским и направленным движениями рассеивателей. Для броуновского движения декорреляция  $\propto \sqrt{\tau/\tau_0^{in}}$ , в то время, как для направленного движения потеря корреляции  $\propto \tau/\tau_f$ . При достаточно малых  $\tau$  первый вклад становится больше второго, и поэтому влияние направленного движения рассеивателей на корреляционную функцию пренебрежимо мало при  $\tau \rightarrow 0$ .

При больших  $\tau$  поведение корреляционной функции легко объяс-

---

<sup>1</sup>Приводимые в настоящем разделе экспериментальные результаты были получены М. Хекмейером и Г. Маретом (Институт им. Шарля Садрона, Центр исследования макромолекул, Страсбург, Франция).

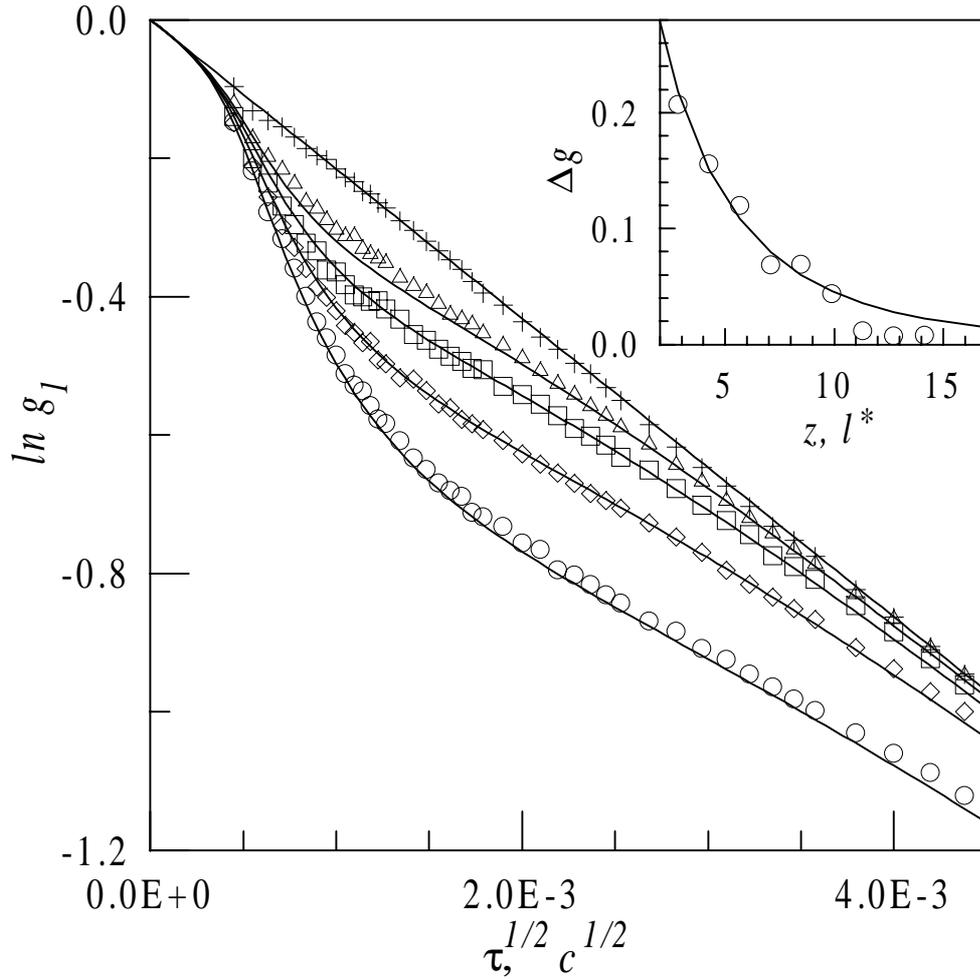


Рис. 3.3: Рассчитанные теоретически (линии) и измеренные в эксперименте (символы) автокорреляционные функции для различных положений  $z$  капилляра:  $z = 2.8l^*$  ( $\circ$ ),  $z = 4.2l^*$  ( $\diamond$ ),  $z = 5.7l^*$  (квадраты) и  $z = 7.1l^*$  ( $\triangle$ ) при  $y = 0$  и  $Q = 0.50$  мл/с. Верхняя прямая (+) соответствует однородной среде ( $Q = 0$ ). На вставке рассчитанные теоретически (линии) и измеренные ( $\circ$ ) максимальные отклонения  $\Delta g$  показаны для различных  $z$ . Параметры образца приведены в приложении Б.

няется на основе соответствия между длинными временами корреляции и короткими длинами траекторий рассеянных фотонов [25]. Действительно, поскольку потеря корреляции  $\propto n\sqrt{\tau/\tau_0^{in}}$  для броуновского и  $\propto n(\tau/\tau_f)$  для направленного движения рассеивателей, при малых  $\tau$  заметный вклад в декорреляцию излучения вносят только фотоны, претерпевшие относительно большое число актов рассеяния  $n$ , а значит и имеющие наиболее длинные траектории. При больших  $\tau$  эти фотоны уже полностью декоррелированы, и поведение корреляционной функции определяется фотонами, претерпевшими относительно небольшое число актов рассеяния и, следовательно, имеющими относительно короткие траектории. Таким образом, с ростом  $\tau$  поведение  $g_1(\tau)$  определяется фотонами, имеющими все более и более короткие траектории. Поэтому при больших  $\tau$  фотоны, определяющие поведение  $g_1(\tau)$ , просто не достигают капилляра, помещенного на конечной глубине внутри среды. Вследствие этого его влияние на корреляционную функцию при больших  $\tau$  мало.

На вставке рис. 3.3 показана величина максимального отклонения  $\Delta g$  корреляционной функции  $g_1(\tau)$  в присутствии потока от ее значения для макроскопически однородной среды (см. (2.30)) При малых  $z$  эта величина имеет достаточно большое, легко измеримое значение. С ростом  $z$ , однако, она быстро убывает и при  $z > 15 \div 20\ell^*$  становится меньше 1% от значения  $g_1(\tau_{max})$  (см. п. 2.2.4). Отметим хорошее соответствие теоретических и экспериментальных результатов, подтверждающее применимость построенной теории к реальным экспериментальным ситуациям, и подчеркнем, что все параметры ( $\ell^*$ ,  $\gamma$ ,  $d$ ,  $\tau_0^{in,out}$ ,  $Q$ ), использованные при построении теоретических кривых на рис. 3.3, были измерены независимо (см. приложение Б).

На рис. 3.4 представлены корреляционные функции для различных значений объемного расхода  $Q$ . Здесь соответствие между теорией

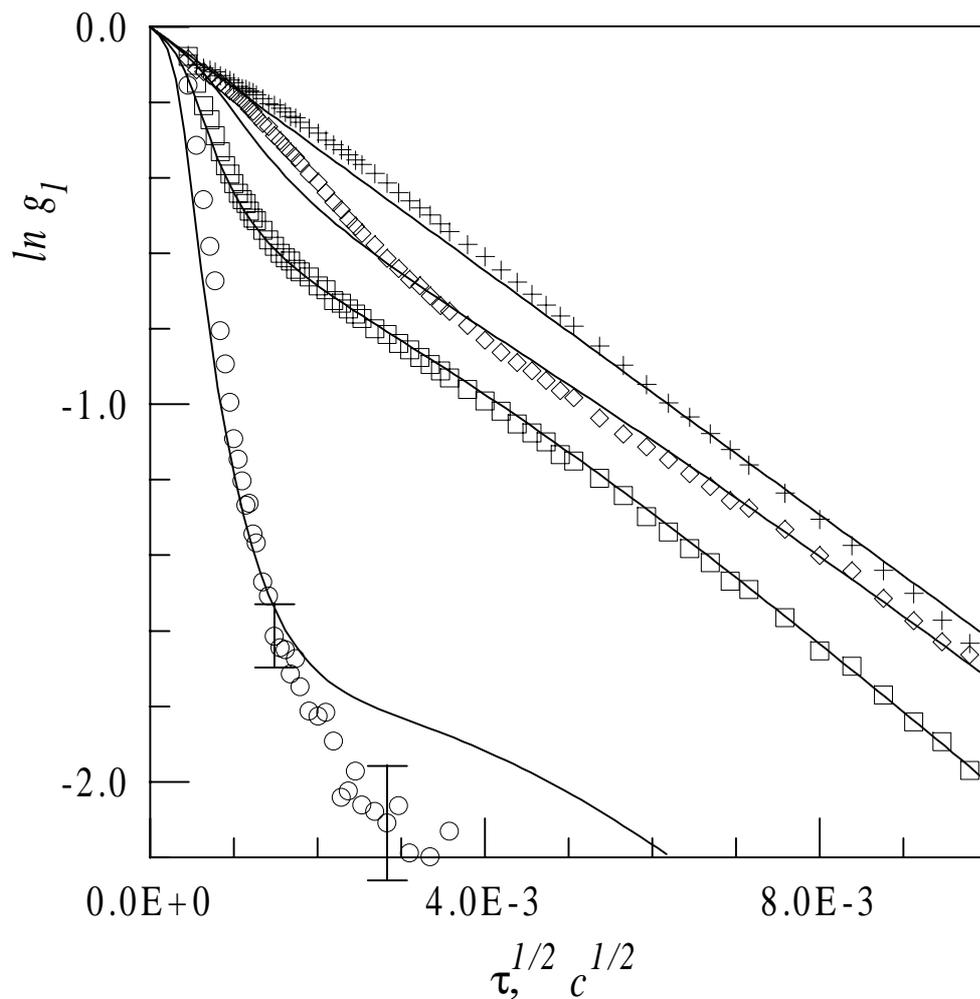


Рис. 3.4: Рассчитанные теоретически (линии) и измеренные в эксперименте (символы) автокорреляционные функции при различных объемных расходах  $Q$ :  $Q = 0.90$  мл/с ( $\circ$ ),  $Q = 0.50$  мл/с (квадраты),  $Q = 0.22$  мл/с ( $\diamond$ ),  $Q = 0$  (+) для капилляра, помещенного на глубине  $z = 2.8\ell^*$  при  $y = 0$ . Параметры образца приведены в приложении Б.

и экспериментом несколько хуже, особенно при наибольшем значении  $Q$ . Это объясняется тем, что при больших  $Q$  характерное время  $\tau_f$  становится достаточно малым, и с ростом  $\tau$  нарушается условие  $\tau < \tau_f$ .<sup>1</sup> Вследствие этого при больших  $\tau$  теория дает результаты, расходящиеся с экспериментальными. Кроме того, на рис. 3.4 отчетливо видно небольшое расхождение теоретических и экспериментальных результатов даже при  $Q = 0$ . Оно обусловлено, по-видимому, конечным размером лазерного пучка, используемого при постановке эксперимента, в то время, как теоретические кривые построены для плоской волны.

Наконец, на рис. 3.5 показаны рассчитанные и измеренные значения  $\Delta g$  как функции координаты  $y$  при фиксированном  $z$ . Здесь теоретические и экспериментальные результаты согласуются в пределах ошибок измерения. Ширина кривой  $\Delta g(y)$  оказывается порядка диаметра капилляра. Таким образом, анализ рис. 3.5 позволяет оценить диаметр капилляра с точностью порядка  $1 \div 5\ell^*$ .

### 3.3.2 ДВС при наличии в среде области с менее интенсивным броуновским движением рассеивателей

Рассматриваемая нами методика локализации и диагностики находящихся в глубине сильно рассеивающей свет случайно-неоднородной среды динамических неоднородностей не ограничивается лишь случаем различных типов движения рассеивателей внутри и вне неоднородности, дающих по разному зависящие от  $\tau$  вклады в корреляционную функцию  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$ . Динамический контраст между средой и помещенным в нее объектом может также обеспечиваться различной интенсивностью броуновского движения частиц внутри и вне объекта.

Снова рассмотрим случай, когда динамическая неоднородность

---

<sup>1</sup> $\tau_f^{1/2} = 1.02 \times 10^{-2} c^{1/2}$  при  $Q = 0.22$  мл/с,  $\tau_f^{1/2} = 6.77 \times 10^{-3} c^{1/2}$  при  $Q = 0.50$  мл/с и  $\tau_f^{1/2} = 5.04 \times 10^{-3} c^{1/2}$  при  $Q = 0.90$  мл/с.

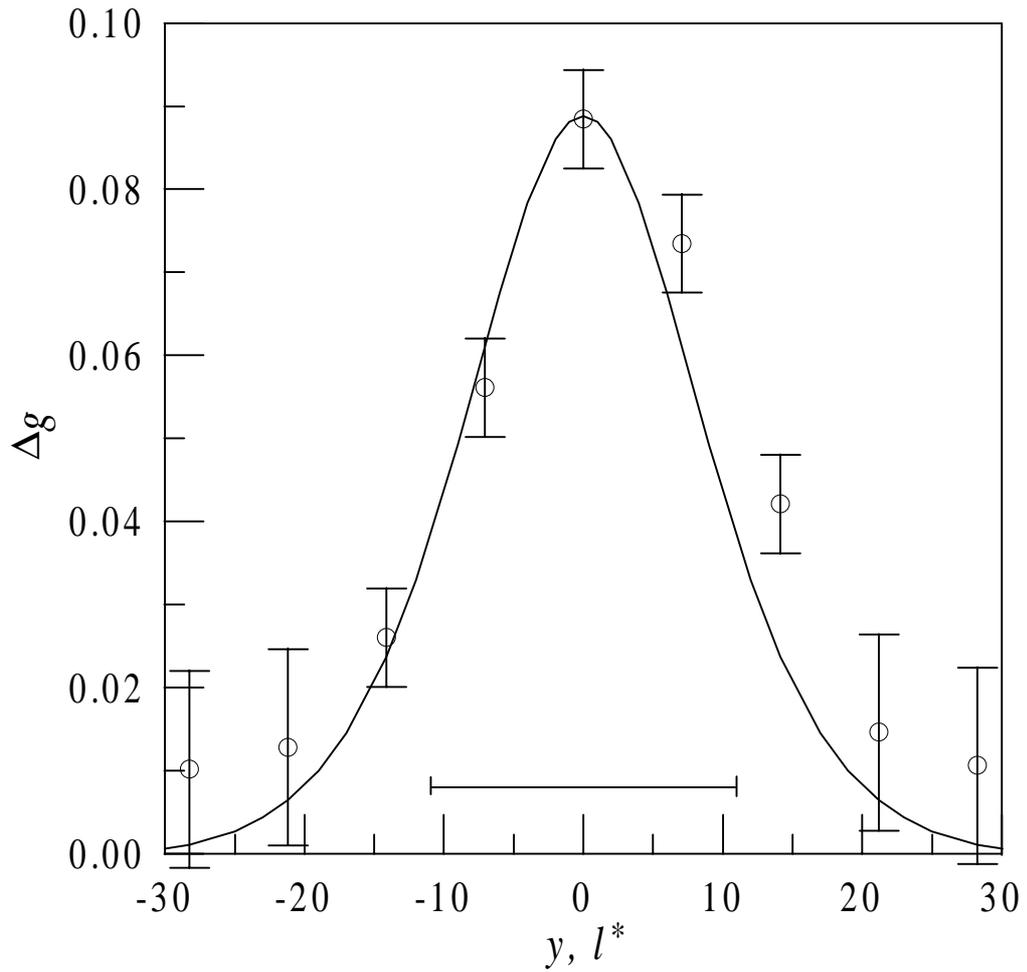


Рис. 3.5: Максимальное отклонение  $\Delta g$  для различных  $y$  при  $z = 7.1\ell^*$  и  $Q = 0.50$  мл/с. Непрерывной линией показана расчетная кривая; символы соответствуют экспериментальным точкам. Горизонтальным отрезком в нижней части рисунка обозначен диаметр капилляра. Параметры образца приведены в приложении Б.

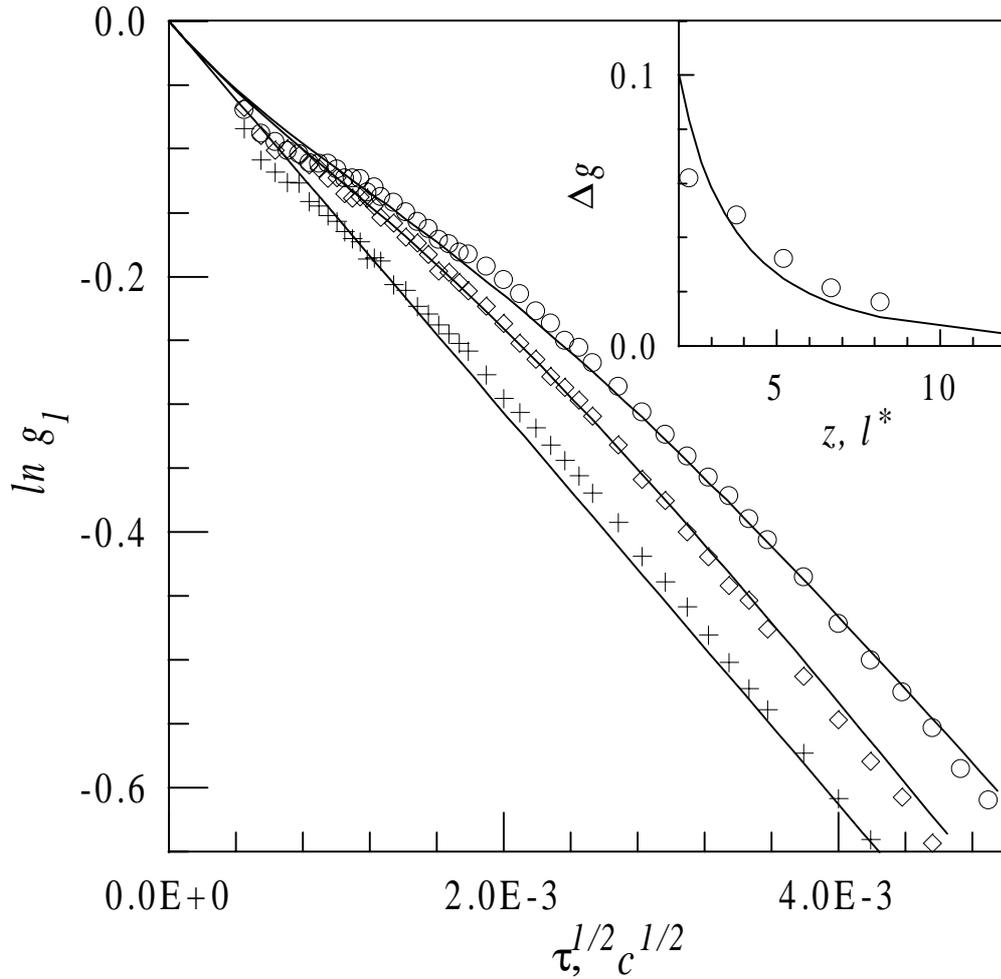


Рис. 3.6: Временные автокорреляционные функции для различных положений цилиндрического капилляра ( $D_B^{out} = 3.55 \times 10^{-12} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $D_B^{in} = 2.09 \times 10^{-13} \text{ м}^2/\text{с}$ ):  $z = 2.9\ell^*$  ( $\circ$ ),  $z = 5.22\ell^*$  ( $\diamond$ ),  $z \rightarrow \infty$  ( $+$ ). Непрерывные линии соответствуют теоретическим кривым. На вставке измеренные ( $\circ$ ) и рассчитанные (линия) максимальные отклонения  $\Delta g$  показаны для различных  $z$ . Параметры образца приведены в приложении Б.

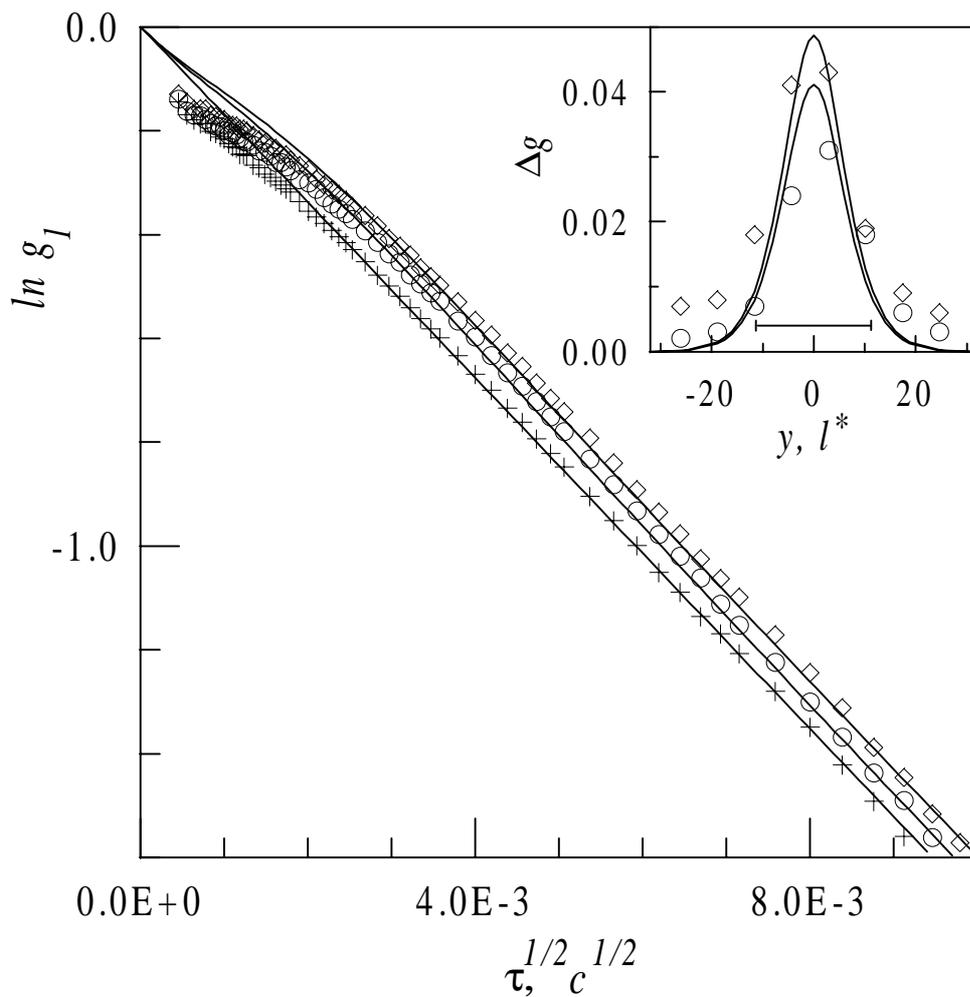


Рис. 3.7: Временные автокорреляционные функции для цилиндрических объектов со значениями  $D_B^{in} = 2.09 \times 10^{-13} \text{ м}^2/\text{с}$  ( $\diamond$ ),  $D_B^{in} = 6.08 \times 10^{-13} \text{ м}^2/\text{с}$  ( $\circ$ ),  $D_B^{in} = D_B^{out} = 3.55 \times 10^{-12} \text{ м}^2/\text{с}$  ( $+$ ). Капилляр помещен на глубину  $z = 3.77\ell^*$  при  $y = 2.9\ell^*$ . На вставке  $\Delta g$  показано для различных  $y$  при  $z = 3.77\ell^*$ . Непрерывные линии соответствуют теоретическим кривым, а диаметр капилляра показан горизонтальным отрезком. Параметры образца приведены в приложении Б.

имеет форму цилиндрического капилляра, в котором, однако, теперь потока частиц нет. Вместо этого капилляр заполняется суспензией рассеивающих свет частиц, имеющей ту же величину  $\ell^*$ , что и окружающая капилляр среда, но иное значение коэффициента диффузии частиц ( $D_B^{in} \neq D_B^{out}$ ). Для описания этого случая необходимо в формулах п. 3.2.3 положить  $\tau_f \rightarrow \infty$  (нет потока),  $\tau_0^{in} \neq \tau_0^{out}$ . В остальном расчет аналогичен проведенному выше для случая направленного потока частиц.

На рис. 3.6 представлены корреляционные функции рассеянного назад света, рассчитанные по формулам (3.13, 3.15). Символами изображены результаты экспериментальных измерений. Поскольку в эксперименте, данные которого приведены на рис. 3.6, броуновское движение частиц внутри капилляра было менее интенсивно, чем вне него ( $D_B^{in} < D_B^{out}$ ), в присутствии неоднородного включения корреляционная функция убывает медленнее. Отметим, что теперь характер зависимости декорреляции от временной задержки  $\tau$  одинаков как внутри, так и вне капилляра. Поэтому влияние динамической неоднородности заметно при сколь угодно малых, но конечных  $\tau$ . При малых  $\tau$ , однако, поведение корреляционной функции определяется фотонами, имеющими достаточно длинные траектории (см. п. 3.3.1), поэтому относительный вклад области капилляра в общую декорреляцию становится все меньше и меньше с убыванием  $\tau$  (в виду малости объема капилляра по сравнению с объемом всего образца). На рис. 3.7 временные корреляционные функции показаны для различных размеров рассеивающих частиц (а следовательно и различных  $D_B^{in}$  и  $\tau_0^{in}$ ) внутри капилляра. На вставке показаны поперечные профили  $\Delta g$ . Ширина этих профилей позволяет оценить диаметр капилляра. Хотя теперь динамический контраст существенно меньше, чем в случае ламинарного течения рассеивателей, он, тем не менее, измерим.

### 3.4 Сравнение теоретических результатов с экспериментальными — II

В настоящем разделе мы проведем сравнение результатов, к которым приводит рассматриваемая в настоящей главе теоретическая модель, с результатами экспериментальных измерений.<sup>1</sup> Измерения проводились на установке, кратко описанной в приложении В (см. рис. 3.2). Детальное описание методики измерений дано в работе [138].

Основное отличие экспериментов, результаты которых приводятся ниже, от экспериментов, рассмотренных в п. 3.3, состоит в том, что, излучение подводилось к образцу с помощью волоконных световодов (см. рис. 3.2). Поэтому падающую на среду световую волну нельзя считать плоской; вместо этого необходимо использовать модель точечного источника излучения. Кроме того, использованный в экспериментах образец состоял из неподвижных частиц, а движение рассеивателей имело место только в области динамической неоднородности, имеющей форму цилиндрического капилляра. В силу вышесказанного, для теоретического описания результатов рассматриваемых в настоящем разделе экспериментов целесообразно использовать формулы (3.14, 3.17), в которых необходимо положить  $\alpha_{out} = 0$ .

#### 3.4.1 ДВС в присутствии локализованного в пространстве ламинарного потока рассеивателей

Рассмотрим сначала случай, когда в капилляре создается ламинарный направленный поток рассеивающих свет частиц. На рис. 3.8 показана нормированная автокорреляционная функция  $g_1(\tau)$  рассеянного излучения, рассчитанная при значениях параметров задачи, близких к исполь-

---

<sup>1</sup>Приводимые в настоящем разделе экспериментальные результаты были получены И.В. Меглинским (Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия).

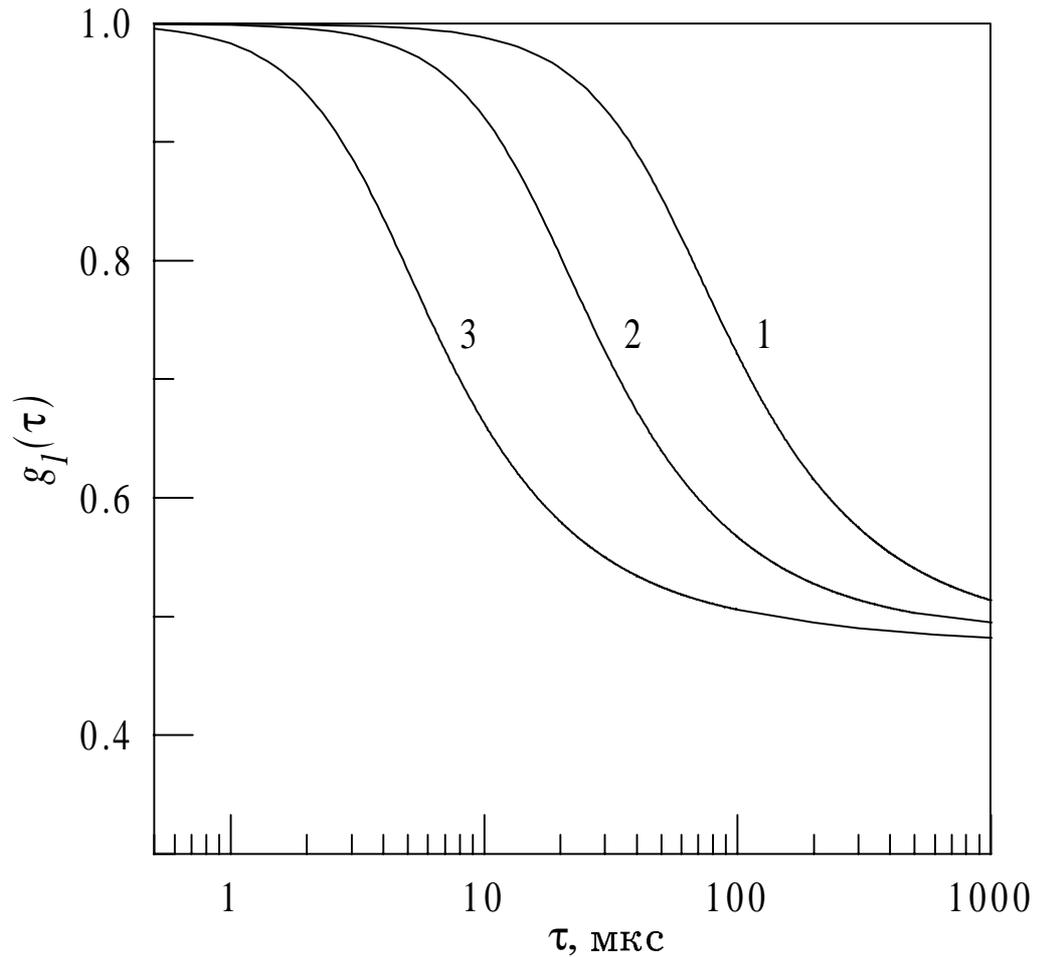


Рис. 3.8: Нормированная временная автокорреляционная функция многократно рассеянного излучения, рассчитанная в диффузионном приближении для случая, когда источник излучения и детектор расположены симметрично относительно капилляра ( $x = 0$ ,  $y = -y_s = 2.5\ell^*$ ,  $z = 3.5\ell^*$ ,  $d = 3\ell^*$ ,  $z_0 = z_1 = \ell^*$ ,  $\tau_0 = 6 \times 10^{-4}$  с). Параметры среды взяты близкими к описанным в приложении В. Различные кривые соответствуют различным скоростям потока:  $\langle v \rangle = 0.1$  см/с (1),  $\langle v \rangle = 0.6$  см/с (2),  $\langle v \rangle = 3$  см/с (3).

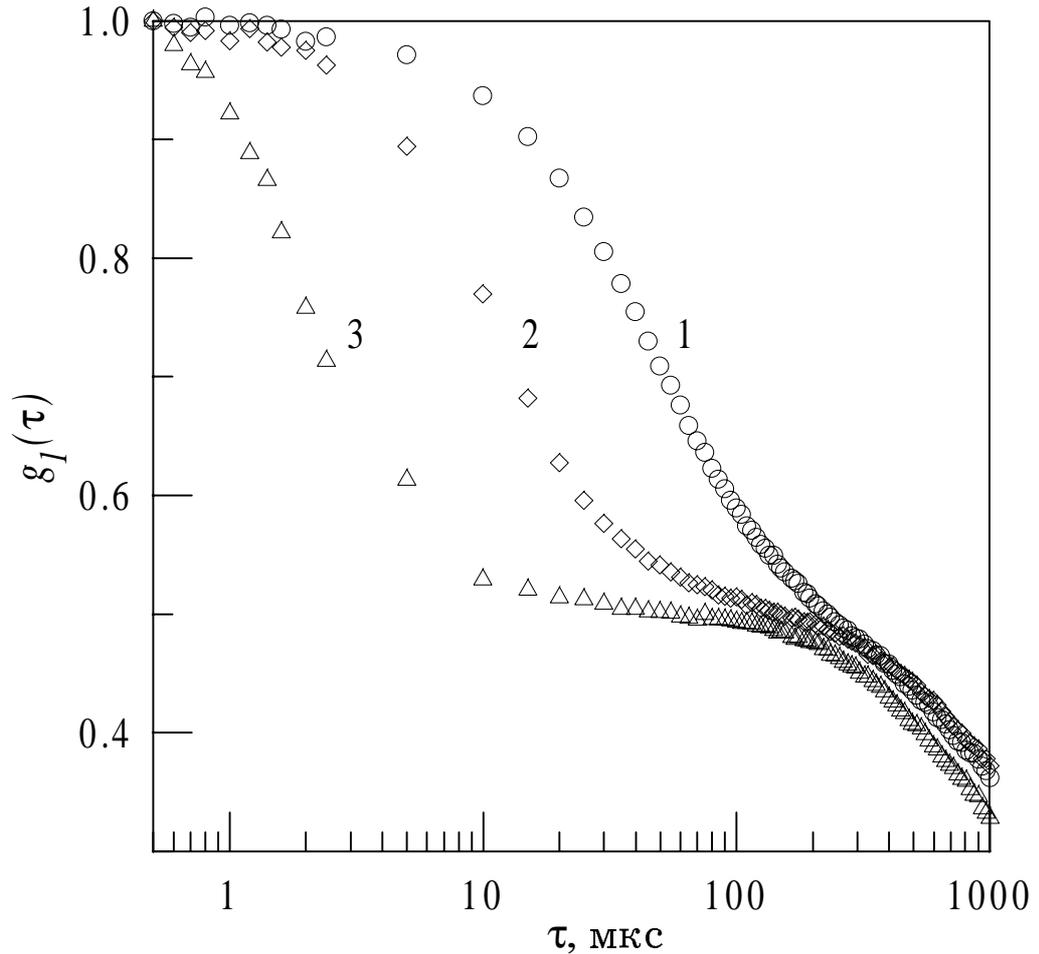


Рис. 3.9: Измеренная экспериментально нормированная временная автокорреляционная функция многократно рассеянного излучения для изображенной на рис. 3.2 схемы эксперимента. Источник излучения и детектор расположены симметрично относительно капилляра ( $x = 0$ ,  $y = -y_s = 2.5\ell^*$ ). Параметры образца приведены в приложении В. Различные кривые соответствуют различным скоростям потока:  $\langle v \rangle = 0.08$  см/с (1),  $\langle v \rangle = 0.62$  см/с (2),  $\langle v \rangle = 3.22$  см/с (3). Ошибки измерений находятся в пределах размера символов на рисунке.

зованным в эксперименте. Соответствующие экспериментальные точки приведены на рис. 3.9. Как видно из этих рисунков, к изменению скорости потока жидкости внутри динамической области наиболее чувствителен участок корреляционной функции в ограниченном диапазоне временных задержек  $\tau$  ( $1 < \tau < 400$  мкс в условиях рассматриваемого эксперимента). Причины незначительного влияния потока на  $g_1(\tau)$  при больших ( $\tau > 400$  мкс) и малых ( $\tau < 1$  мкс) временах задержки обсуждались в п. 3.3.1. Кроме того, при  $\tau < 1$  мкс на корреляционную функцию большое влияние оказывает малое, но ненулевое поглощение света в среде,<sup>1</sup> которое примерно одинаково как внутри, так и вне капилляра.

При  $\tau \sim 50 \div 200$  мкс заметна тенденция к насыщению  $g_1(\tau)$  на постоянный уровень, не зависящий от скорости потока. Этот факт был нами теоретически предсказан в разделе 2.2.3 и легко может быть качественно объяснен на основе соответствия между короткими траекториями фотонов в среде и большими временами задержки  $\tau$  [25, 26]. При больших  $\tau$  скорость убывания  $g_1(\tau)$  в основном определяется фотонами, имеющими относительно короткие траектории, поскольку фотоны, имеющие длинные траектории, уже полностью декоррелированы. Среди имеющих короткие траектории оказываются в основном фотоны, не достигающие капилляра и, вследствие этого, рассеивающиеся на статических рассеивателях. Поэтому убывание теоретически рассчитанной  $g_1(\tau)$  при  $\tau \rightarrow \infty$  прекращается, а сама  $g_1(\tau)$  стремится к константе, не равной нулю. Величина этой константы определяется исключительно глубиной положения капилляра. Чтобы ее оценить, воспользуемся результатами п. 2.2.3. На их основе эту константу можно оценить как  $1 - (z_0 + z_1)/z \simeq 0.55$  для использованного в нашем эксперименте об-

---

<sup>1</sup>Поглощение “обрезает” длинные траектории фотонов, которые оказывают наибольшее влияние на  $g_1(\tau)$  при малых  $\tau$ .

разца ( $z_0 = \ell^*$ ,  $z_1 = 0.7104\ell^*$ ,  $z = 3.7\ell^*$ ). С учетом того, что в 2.2.3 рассматривается ламинарный поток рассеивающих свет частиц в плоскопараллельном слое, а не в цилиндрическом капилляре, соответствие этой оценки реальности можно признать удовлетворительным.

Как видно из рис. 3.9, экспериментально измеренная корреляционная функция, хотя и имеет тенденцию к насыщению при  $\tau \sim 50 \div 200$  мкс, все же продолжает убывать при  $\tau > 200$  мкс, в отличие от рассчитанной теоретически (рис. 3.8). Это связано с эффектами, не учтенными нашей теоретической моделью (в частности, с методом усреднения, вибрацией элементов оптической схемы, шумами ФЭУ и т.д.).

Отметим, что теоретические и экспериментальные результаты, приведенные на рис. 3.8 и 3.9, не только согласуются между собой качественно, но и весьма близки в количественном отношении. Количественное соответствие теоретических и экспериментальных результатов подтверждает адекватность нашей теоретической модели физической реальности.

### **3.4.2 Возможность использования ДВС для изучения различных типов динамики рассеивающих свет частиц**

Предлагаемый метод изучения динамики частиц в динамически неоднородных случайно-неоднородных средах можно с одинаковым успехом использовать при различных типах динамики рассеивателей в среде. В качестве иллюстрации на рис. 3.10 представлены результаты измерений автокорреляционной функции рассеянного назад излучения для случаев броуновского, направленного и турбулентного движений рассеивающих свет частиц в капилляре. Для получения турбулентного потока жидкости использование системы из расположенных на разной высоте сообщающихся сосудов оказалось недостаточным, т.к. такая система не дает возможности достичь критического числа Рейнольдса на исследуемом

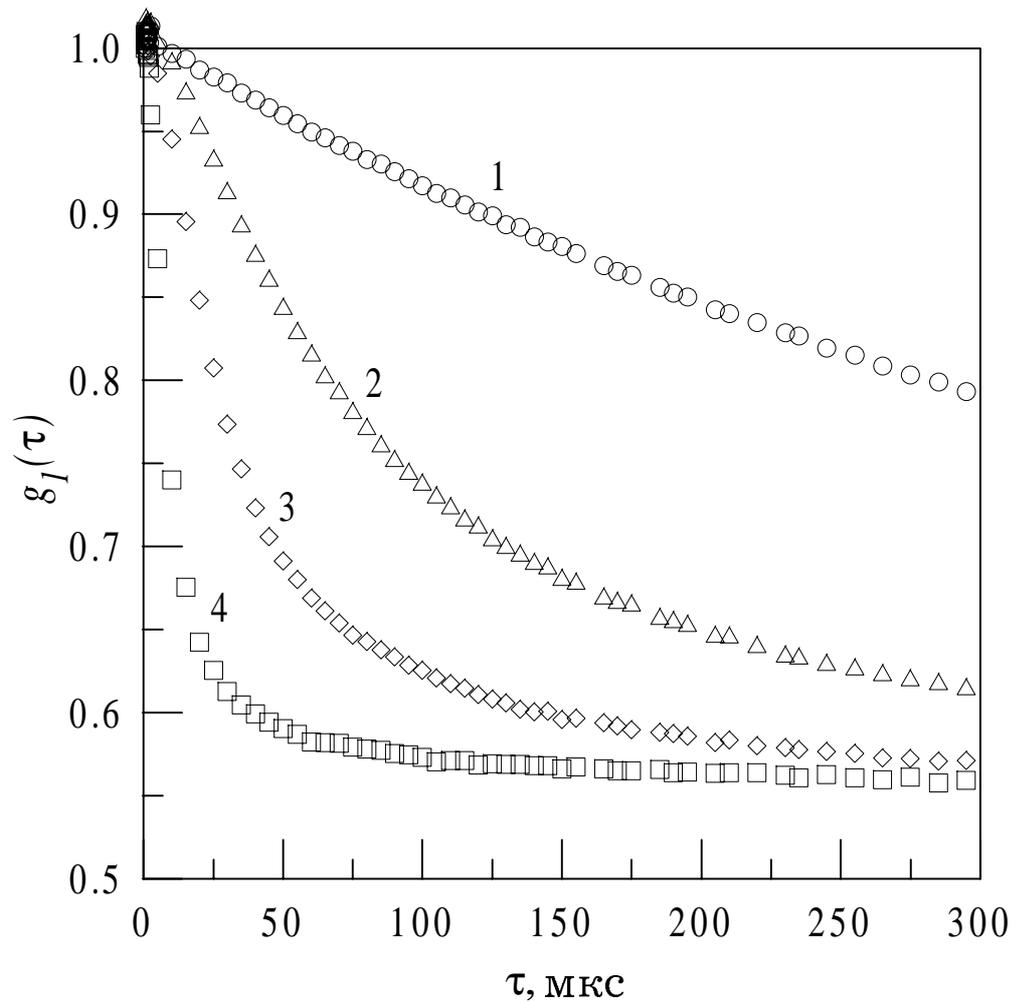


Рис. 3.10: Нормированная временная автокорреляционная функция многократно рассеянного излучения, измеренная при различных типах движения рассеивателей в капилляре: броуновское движение (1), ламинарное течение со скоростями  $\langle v \rangle = 0.08 \text{ см/с}$  (2) и  $\langle v \rangle = 0.24 \text{ см/с}$  (3), турбулентное течение с  $\langle v \rangle = 0.88 \text{ см/с}$  (4). Остальные параметры те же, что и для кривых, приведенных на рис. 3.9 (см. также приложение В). Ошибки измерений находятся в пределах размера символов на рисунке.

прямолинейном участке капилляра. Поэтому турбулентное движение рассеивателей в цилиндрической полости внутри исследуемого образца достигалось искусственно с помощью сопла, установленного на входном отверстии капилляра.

Как видно из рис. 3.10, разные типы движения частиц приводят к различным временным зависимостям  $g_1(\tau)$ . Этот вывод следует и из теоретического анализа: для броуновского движения дисперсия разности фаз  $\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle$  двух фотонов, последовательно рассеявшихся на одних и тех же частицах среды в моменты времени, разделенные промежутком  $\tau$ , пропорциональна  $\tau$  [89, 90]. Для ламинарного и турбулентного потоков  $\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle \propto \tau^2$  [91, 92, 103], однако в последнем случае коэффициент пропорциональности при той же характерной скорости движения частиц больше.

Таким образом, методика ДВС дает возможность не только определять локализацию динамически неоднородной области (цилиндрического капилляра в нашем случае) и оценивать среднюю скорость движения частиц внутри нее, но и делать выводы о преобладающем характере движения рассеивателей. Отметим, что по причинам, разъясненным в п. 3.4.1, все кривые на рис. 3.10 при больших  $\tau$  стремятся к одной и той же асимптоте.

### **Выводы к главе III**

1. Диффузионное уравнение для временной автокорреляционной функции  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$  многократно рассеянного излучения можно получить не только в случае броуновского движения рассеивателей, но и при наличии в среде пространственно локализованных потоков.
2. Теоретически рассчитанные временные автокорреляционные функции света, многократно рассеянного в случайно-неоднородной

мутной среде с локализованным в пространстве потоком рассеивателей, хорошо согласуются с экспериментальными данными двух различных научных групп, что свидетельствует о корректности используемой модели.

3. Влияние динамически неоднородной области на автокорреляционную функцию диффузно отраженного излучения достаточно велико до тех пор, пока она расположена не далее, чем на расстоянии  $15 \div 20\ell^*$  от границы среды. При этом размер области может быть определен на основе экспериментально измеренных зависимостей  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$  с точностью  $1 \div 5\ell^*$ .
  4. Методика диффузионно-волновой спектроскопии (ДВС) может быть использована для локализации и диагностики потоков в многократно рассеивающих свет случайно-неоднородных средах (даже при скоростях потока, составляющих всего несколько мм/с), а также для определения положения и оценки характеристик областей более (или менее) интенсивного броуновского движения рассеивающих свет частиц.
-

## Глава IV

### Динамическое многократное рассеяние в условиях светоиндуцированного движения рассеивателей

Хорошо известно, что при падении лазерного излучения достаточной мощности на суспензию микрочастиц может иметь место ускорение частиц в поле электромагнитного излучения. В результате в среде формируется сложное поле скоростей частиц. Это явление многократно наблюдалось экспериментально [156–159]. В рамках настоящей диссертации представляется интересным, во-первых, рассмотреть возможности использования методов ДВС для диагностики индуцированных лазерным излучением потоков частиц в концентрированных суспензиях и, во-вторых, рассчитать поправки к временной автокорреляционной функции многократно рассеянного излучения, обусловленные эффектами лазерного ускорения рассеивающих центров в случайно-неоднородной среде.

Проблема диагностики и визуализации светоиндуцированных потоков в концентрированных суспензиях возникает естественным образом при повышении концентрации суспензии. Действительно, при низкой концентрации частиц их движение можно наблюдать в оптический микроскоп, без труда определяя траектории и скорости отдельных частиц. Эта возможность обеспечивается, по сути, тем простым фактом, что в суспензиях с низкой концентрацией рассеивающих центров име-

ет место режим однократного рассеяния излучения: свет от источника излучения рассеивается на определенной частице и затем распространяется к объективу микроскопа, не претерпевая повторного рассеяния на других частицах среды. Для суспензий с высокой концентрацией частиц ситуация существенным образом меняется: наступает режим многократного рассеяния излучения и траектория отдельного фотона в среде напоминает скорее траекторию броуновской частицы, чем прямую линию. Поэтому наблюдатель не может видеть отдельных частиц внутри среды; в окуляре микроскопа видно либо равномерно засвеченное поле (в некогерентном свете), либо флуктуирующая во времени спекл-картина (в когерентном свете). Как было показано в предыдущих главах, флуктуации спекл-картины несут информацию о динамической структуре среды (т.е. об индуцированном лазерным излучением движении частиц в среде). Ниже мы анализируем возможность извлечения этой информации методами ДВС.

Помимо задачи диагностики светоиндуцированных потоков взвешенных в жидкости микрочастиц представляет интерес анализ роли эффектов лазерного ускорения в задачах многократного рассеяния вообще. Действительно, все известные нам эксперименты по динамическому многократному рассеянию света в случайно-неоднородных средах интерпретировались до сих пор в предположении того, что излучение *не влияет* на динамику рассеивающих центров в среде. Хотя это предположение, без сомнения, оправдано при малых интенсивностях  $I$  излучения, оно может стать неприемлемым при больших  $I$ . Выяснению условий, при которых светоиндуцированное движение рассеивающих центров в случайно-неоднородных средах необходимо принимать во внимание при использовании методики ДВС, посвящена вторая часть настоящей главы.

#### 4.1 Эффекты лазерного ускорения микрочастиц

Воздействие лазерного излучения на взвеси частиц микронного или субмикронного размеров в жидкости или газе представляет из себя достаточно сложный процесс. Хотя экспериментально надежно установлено, что лазерное излучение ускоряет взвешенные частицы, строгий теоретический анализ этого явления оказывается затруднительным ввиду наличия различных механизмов ускорения частиц излучением лазера.

Рассмотрим для определенности сферическую частицу радиуса  $a$ , взвешенную в жидкости. Будучи помещенной в лазерный пучок, частица оказывается под действием

- силы светового давления  $\mathbf{F}_p$ ,
- градиентной силы  $\mathbf{F}_\nabla$ ,
- конвекционного увлечения,
- радиометрического давления,
- светореактивного давления.

В случае, когда размер частицы меньше длины волны лазерного излучения  $\lambda$ , выражения для силы светового давления и градиентной силы имеют вид:

$$\mathbf{F}_p \simeq \frac{2}{3}\alpha^2 k^4 E^2 \hat{n}, \quad (4.1)$$

$$\mathbf{F}_\nabla \simeq \alpha \nabla \langle E^2 \rangle, \quad (4.2)$$

где  $\alpha$  — поляризуемость частицы,  $E$  — напряженность электрического поля в световой волне,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\hat{n}$  — единичный вектор, параллельный направлению распространения световой волны. Для диэлектрической частицы с проницаемостью  $\varepsilon$ , взвешенной в среде с проницаемостью  $\varepsilon_0$ ,  $\alpha \simeq a^3(\varepsilon - \varepsilon_0)/(\varepsilon + 2\varepsilon_0)$ .

В отличие от сил, определяемых выражениями (4.1, 4.2) и обусловленных электромагнитным воздействием лазерного излучения, эффекты конвекционного увлечения, радиометрического и светореактивного давления связаны с поглощением света средой. Конвекционное увлечение частиц возникает при достаточно большом коэффициенте поглощения света в суспензии. Ввиду неравномерного нагревания суспензии лазерным пучком, массы жидкости (находящейся в гравитационном поле) начинают перемещаться внутри образца, а вместе с ними в движение вовлекаются и взвешенные частицы. Радиометрическое давление появляется из-за поглощения излучения материалом самих взвешенных частиц и их неизбежного нагрева. Поскольку лазерное излучение распространяется в определенном направлении, температура одной стороны частицы оказывается выше, чем температура другой, и это обстоятельство приводит к появлению радиометрической силы. Наконец, так называемое светореактивное давление обусловлено испарением материала частицы и возникающей в связи с этим реактивной силой, действующей на остов частицы.

Необходимо отметить, что группа сил, не связанных с непосредственным электромагнитным действием лазерного излучения, может играть существенную роль в некоторых реальных экспериментах. Конвекционное увлечение и радиометрическое давление, например, были основным препятствием в первых экспериментах по измерению давления света [160]. Точный расчет этих сил выходит за рамки вопросов, рассматриваемых в настоящей диссертации.

Существуют также и другие механизмы ускорения взвешенных в жидкости или газе микрочастиц лазерным излучением (например, лазерное излучение может инициировать в среде ударную акустическую волну, которая затем будет воздействовать на взвешенные частицы [158]). Далее мы ограничимся случаем, когда оптические характе-

ристики среды и параметры рассеивающих свет частиц не меняются существенным образом под действием лазерного излучения.

## 4.2 Возможности диагностики светоиндуцированного движения частиц в концентрированных суспензиях методами диффузионно-волновой спектроскопии

### 4.2.1 Постановка задачи

Рассмотрим кювету, заполненную концентрированной суспензией частиц микронного или субмикронного размера в жидкости (см. рис. 4.1). Пусть размер кюветы в любом направлении много больше транспортной длины свободного пробега фотона в среде  $\ell^*$ . Достаточно мощный лазерный пучок (длина волны  $\lambda_0$ , излучение может быть как непрерывным, так и импульсно-периодическим), сфокусированный на левую стенку кюветы, ускоряет взвешенные частицы вдоль оси  $z$ , как показано на рис. 4.1. Будем считать, что ускоренные лазерным излучением частицы движутся в пределах достаточно узкой цилиндрической области диаметра  $d < \ell^*$ , положение которой задается координатами  $x_0$  и  $y_0$ . Такой режим ускорения микрочастиц наблюдался экспериментально в работе [157]. Для упрощения анализа мы предположим, что скорость частиц  $v$  не зависит от их положения внутри области светоиндуцированного движения.

Диагностику светоиндуцированного потока частиц мы предлагаем проводить с помощью второго лазерного пучка (длина волны  $\lambda$ , излучение непрерывное или импульсное с длительность импульса  $\tau_p$ , много большей времени жизни фотона в среде  $(\mu_a c)^{-1}$ ), сфокусированного на переднюю стенку кюветы. Радиус-вектор  $\mathbf{r}_s = (x_s, y_s, 0)$  задает точку падения пучка на стенку кюветы. В отличие от первого, ускоряющего микрочастицы пучка, будем называть этот второй пучок зондиру-

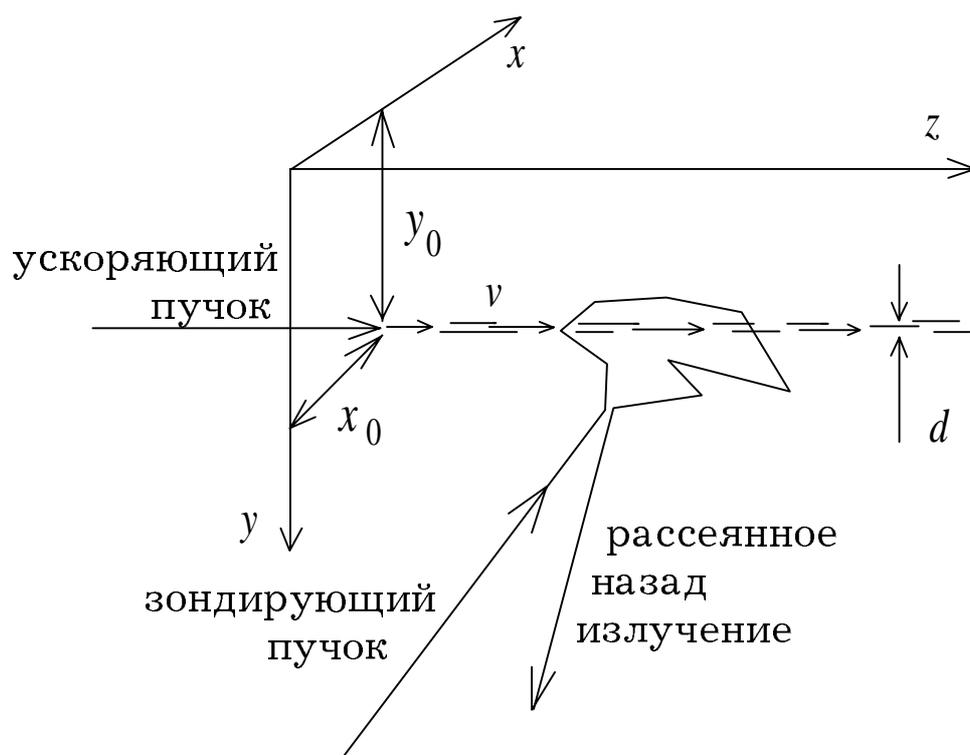


Рис. 4.1: Схема предлагаемого эксперимента. Большая кювета заполнена взвесью частиц микронного или субмикронного размера. Под действием ускоряющего лазерного пучка, сфокусированного на левую стенку кюветы, частицы движутся слева направо в пределах узкой цилиндрической области диаметра  $d$ . Зондирующий пучок сфокусирован на переднюю стенку кюветы, многократно рассеянное излучение, покидающее кювету, регистрируется детектором.

ющим. Его мощность предполагается достаточно низкой, поэтому его воздействием на взвешенные частицы можно пренебречь.

Пусть  $\mathbf{r} = (x, y, 0)$  — точка на границе среды, в которой проводятся измерения временной автокорреляционной функции  $G_1(\tau)$  многократно рассеянного излучения. Будем считать, что излучение ускоряющего пучка не достигает регистрирующего  $G_1$  устройства (детектора). В эксперименте это можно реализовать, например, помещая светофильтр, поглощающий излучение на длине волны  $\lambda_0$ , непосредственно перед детектором и используя пучки с двумя различными длинами волн  $\lambda_0 \neq \lambda$ .

Без потери общности, рассмотрим сначала частицы, размер которых намного меньше, чем длина волны зондирующего излучения  $\lambda$ . В этом случае частицы можно приближенно считать точечными рассеивателями. Кроме того, мы предположим, что коэффициент поглощения света в суспензии на длине волны  $\lambda$  зондирующего излучения пренебрежимо мал. Тогда для описания многократного рассеяния света в суспензии необходимо знать только величину длины свободного пробега фотона  $\ell$ . Относительно последней предположим, что  $\ell$  не только много больше, чем  $d$ , что соответствует модели узкого потока частиц в суспензии, но также, что  $\ell$  превышает линейный размер пятна фокусировки зондирующего пучка на стенке кюветы (это соответствует сильной фокусировке пучка). Такое предположение дает нам возможность считать источник излучения на длине волны  $\lambda$  точечным.

При выключенном ускоряющем пучке взвешенные частицы находятся в неупорядоченном броуновском движении с коэффициентом диффузии  $D_B$ , определяемым их размером, вязкостью и температурой суспензии. Включение ускоряющего пучка приводит к возникновению направленного потока частиц, наложенного на их броуновское блуждание. При этом для расчета временной автокорреляционной функции рас-

сеянного излучения можно использовать выражение (1.47):

$$G_1(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} I(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}, n) \exp \left\{ -\frac{1}{2} \langle \Delta \varphi_n^2(\tau) \rangle \right\}, \quad (4.3)$$

где, однако, величину  $\langle \Delta \varphi_n^2(\tau) \rangle$  необходимо рассчитать с учетом конкретной геометрии потока рассеивателей. При условии, что броуновское и направленное движения частиц можно считать независимыми, имеем

$$\langle \Delta \varphi_n^2(\tau) \rangle = \langle \Delta \varphi_n^{(B)2}(\tau) \rangle + \langle \Delta \varphi_n^{(F)2}(\tau) \rangle, \quad (4.4)$$

где первое слагаемое описывает эффекты декорреляции фотонов, обусловленные броуновским движением рассеивателей, а второе — эффекты декорреляции, связанные со светоиндуцированным потоком частиц.

Как обсуждалось в п. 1.1.3.1,

$$\langle \Delta \varphi_n^{(B)2}(\tau) \rangle = \frac{\tau}{\tau_0} n, \quad (4.5)$$

где  $\tau_0 = (4k^2 D_B)^{-1}$  и  $k = 2\pi/\lambda$ .

#### 4.2.2 Расчет рассеяния на светоиндуцированном потоке

Выражение для второго слагаемого в формуле (4.4) можно найти, используя метод интегралов по траекториям (см. п. 1.1.3). Поскольку поперечный размер области потока  $d$  предполагается малым ( $d < \ell$ ), то мы можем использовать внутри этой области приближение однократного рассеяния: каждый фотон, траектория которого пересекает область потока, испытывает ровно один акт рассеяния на ускоренной лазерным излучением частице. Конечно, отдельные фотоны пересекут область потока, не встретив на своем пути ни одной частицы, а другие — наоборот — рассеются внутри области потока дважды, однако вероятность таких событий мала и, кроме того, можно ожидать, что их влияние на  $G_1(\tau)$  будет взаимно компенсироваться.

Рассмотрим траекторию фотона, включающую  $n$  актов рассеяния, из которых  $m$ -ный происходит на ускоренной лазерным излучением частице, движущейся со скоростью  $\mathbf{v}$ , а остальные — на покоящихся рассеивателях. Разность фаз между двумя фотонами, рассеивающимися вдоль одной и той же траектории в моменты времени, разделенные промежутком  $\tau$ , будет обусловлена смещением движущегося рассеивателя за этот промежуток времени и, как не трудно заметить, равна

$$\Delta\varphi_{mn}^{(F)}(\tau) = k\tau (\hat{e}_m \cdot \mathbf{v}) \delta(x_m - x_0)\delta(y_m - y_0), \quad (4.6)$$

где  $\hat{e}_m$  — единичный вектор, задающий направление распространения рассеянной волны после акта рассеяния номер  $m$  в цепочке из  $n$  актов рассеяния ( $m = 1, \dots, n$ ),  $\{x_m, y_m, z_m\}$  — координаты точки, в которой происходит этот акт рассеяния, и мы предположили, что поток частиц параллелен оси  $z$ , а его положение задается координатами  $x_0, y_0$  (см. рис. 4.1).

Чтобы найти  $\langle \Delta\varphi_n^{(F)2}(\tau) \rangle$  необходимо просуммировать (4.6) по всем  $m = 1, \dots, n$ , возвести эту сумму в квадрат и усреднить результат по всем возможным траекториям фотонов в среде. Поскольку векторы  $\hat{e}_m$  и  $\mathbf{v}$  независимы, то  $\langle (\hat{e}_m \cdot \mathbf{v})^2 \rangle = v^2/2$ , и окончательно получаем

$$\langle \Delta\varphi_n^{(F)2}(\tau) \rangle = \frac{1}{2}(kv\tau)^2 \sum_{m=1}^n \langle \delta(x_m - x_0)\delta(y_m - y_0) \rangle. \quad (4.7)$$

Нетрудно понять, что стоящая в правой части сумма есть, фактически, ненормированная вероятность  $P_n(x_0, y_0)$  того, что  $n$ -кратно рассеянный фотон испытает один из актов рассеяния внутри области светоиндуцированного потока, а  $m$ -ный член этой суммы — ненормированная вероятность  $P_{mn}(x_0, y_0)$  того, что этот акт рассеяния будет иметь порядковый номер  $m$ . Эти вероятности связаны между собой очевидным

соотношением:

$$P_n(x_0, y_0) = \sum_{m=1}^n P_{mn}(x_0, y_0). \quad (4.8)$$

В свою очередь,  $P_{mn}(x_0, y_0)$  можно представить в виде

$$P_{mn}(x_0, y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{mn}(x_0, y_0, z) dz, \quad (4.9)$$

где  $P_{mn}(x_0, y_0, z) dz$  — вероятность того, что акт рассеяния номер  $m$  произойдет в окрестности точки  $(x_0, y_0, z)$ , а интегрирование по всем  $z$  отражает тот факт, что скорость светоиндуцированного потока  $\mathbf{v}$  направлена вдоль оси  $z$ .

В силу вышесказанного, выражение (4.7) можно переписать в виде

$$\langle \Delta \varphi_n^{(F)2}(\tau) \rangle = 2 \left[ \frac{\tau}{\tau_F} \right]^2 \times P_n(x_0, y_0), \quad (4.10)$$

где  $\tau_F = 2(kv)^{-1}$  — характерное время, связанное с наличием в среде светоиндуцированного потока рассеивателей.

При расчете  $P_{mn}(x_0, y_0, z)$ ,  $P_{mn}(x_0, y_0)$  и  $P_n(x_0, y_0)$  мы должны принимать во внимание только те из возможных траекторий фотонов, которые начинаются в точке расположения источника излучения  $\mathbf{r}_s$ , заканчиваются в точке расположения детектора  $\mathbf{r}$  и в промежутке между этими точками не пересекают границу среды. Заметим, что величину  $P_n(x_0, y_0)$  можно также рассматривать как среднее число актов рассеяния фотонов внутри области светоиндуцированного потока.

Вычисление  $P_{mn}(x_0, y_0, z)$  проведем аналогично тому, как была получена формула (1.55) в разделе 1.1.3.2:

$$P_{mn}(x_0, y_0, z) = \frac{I(\mathbf{r}_s, \{x_0, y_0, z\}, m) \times I(\{x_0, y_0, z\}, \mathbf{r}, n - m)}{I(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}, n)}, \quad (4.11)$$

где для нахождения  $I(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}, n)$  мы воспользуемся диффузионным прибли-

жением (см. (1.48)), считая среду полубесконечной:

$$I(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}, n) = \left( \frac{3}{4\pi\ell^2 n} \right)^{3/2} \times \left[ \exp \left\{ -\frac{3(x - x_s)^2}{4\ell^2 n} \right\} - \exp \left\{ -\frac{3(x + x_s)^2}{4\ell^2 n} \right\} \right] \\ \times \exp \left\{ -\frac{3((y - y_s)^2 + (z - z_s)^2)}{4\ell^2 n} \right\}. \quad (4.12)$$

Для получения этой формулы мы воспользовались решением (1.49) уравнения (1.48) в неограниченной среде, применив метод изображений, чтобы удовлетворить нулевому граничному условию для  $I$  на границе среды  $x = 0$ .

Далее, подставив (4.12) в (4.11) и выполнив интегрирование в (4.9), получаем следующий результат:

$$P_{mn}(x_0, y_0) = \frac{9x_0^2 n^2}{4\pi\ell^2 m^2 (n - m)^2} \times \exp \left\{ -\frac{3x_0^2 n}{4\ell^2 m (n - m)} \right\} \\ \times \exp \left\{ -\frac{3(y_0 - y_s)^2}{4\ell^2 m} - \frac{3(y_0 - y)^2}{4\ell^2 (n - m)} + \frac{3(y - y_s)^2}{4\ell^2 n} \right\}. \quad (4.13)$$

Заметим, что переход к случаю рассеивающих свет частиц конечного размера (порядка длины волны  $\lambda$  зондирующего излучения) может быть проделан путем замены длины свободного пробега фотона  $\ell$  транспортной длиной свободного пробега  $\ell^*$  во всех выписанных выше формулах. Теперь, однако, роль одного акта рассеяния в вышеприведенных рассуждениях будет играть более сложное событие, а именно, — несколько последовательных актов рассеяния, в результате которых направление распространения рассеянного излучения становится случайным (необходимое для этого число актов однократного рассеяния равно, очевидно,  $\ell^*/\ell$ ). При этом рассматриваемая теоретическая модель будет верна только в случае  $\ell^* > d$ .

### 4.2.3 Возможность диффузионно-волновой спектроскопии в светоиндуцированных потоках

Предположим для упрощения анализа, что  $y = y_s = 0$ , т.е. что зондирующий пучок сфокусирован в начало координат, находящееся на передней стенке кюветы, и что временная автокорреляционная функция диффузно отраженного света измеряется в той же точке. Кроме того, мы положим  $x_s = \ell^*$ , считая, что падающий на среду лазерный пучок приводит к формированию изотропного источника излучения на расстоянии  $\ell^*$  от границы среды. В этом случае выражение (4.13) упрощается и обладает следующими интересными особенностями.

Во-первых,  $P_{mn}(x_0, y_0) = 0$  при  $m = 0$  и  $m = n$ . При относительно небольших  $n$  ( $n < n_0 = 3/2[(x_0/\ell^*)^2 + (y_0/\ell^*)^2]$ )  $P_{mn}(x_0, y_0)$  как функция  $n$  имеет колоколообразный вид, достигая максимума при  $m = n/2$ . Если, однако,  $n > n_0$ , то зависимость  $P_{mn}(x_0, y_0)$  от  $n$  становится двугорбой: максимальные значения  $P_{mn}$  достигаются при  $m_{1,2} = n/2[1 \mp (1 - n_0/n)^{1/2}]$ , а при  $m = n/2$  имеет место локальный минимум.

Таким образом, фотоны, имеющие относительно короткие траектории ( $n < n_0$ ) имеют наибольшую вероятность испытать рассеяние на вовлеченной в поток частице в середине своей траектории ( $m = n/2$ ). Эти фотоны рассеиваются в основном вблизи границы среды и могут достичь области потока только в том случае, если “распределят” предписанные им  $n$  элементарных шагов оптимальным образом: половина должна быть затрачена на путь от источника излучения до области потока, а другая половина — на обратный путь. Менее “рациональная” стратегия оказывается неудачной — вероятность того, что фотон достигнет области потока снижается.

В то же время, фотоны, имеющие длинные траектории ( $n > n_0$ ), проникают, как правило, достаточно глубоко в среду (глубже, чем рас-

положена область потока), и для них наиболее вероятным становится рассеяние на ускоренных частицах либо ближе к началу пути ( $m = m_1$ ), либо ближе к его концу ( $m = m_2$ ).

Рассмотрим теперь зависимость  $G_1(\tau)$  от  $\tau$  при различных скоростях  $v$  светоиндуцированного потока. На рис. 4.2 представлены нормированные временные автокорреляционные функции  $g_1(\tau) = G_1(\tau)/G_1(0)$ , рассчитанные для  $v = 0, 1, 10, \text{ и } 100 \text{ м/с}$ . Для получения этого рисунка мы воспользовались формулами (4.3, 4.4, 4.5, 4.8, 4.10, 4.12, 4.13) и положили  $\tau_0 = 10^{-4} \text{ с}$ , что типично для водных суспензий полистироловых сфер субмикронного размера при нормальных условиях. Чтобы получить представление о порядке величины характерного времени  $\tau_F$ , связанного с направленным потоком рассеивателей, положим  $\lambda = 0.5 \text{ мкм}$ . Тогда  $\tau_F$  будет меняться от  $16 \text{ мкс}$  при  $v = 10^{-2} \text{ м/с}$  до  $1.6 \text{ нс}$  при  $v = 100 \text{ м/с}$ .

При  $v = 0$  (нет потока)  $g_1(\tau)$  убывает с ростом  $\tau$  исключительно из-за броуновского движения взвешенных частиц. При наличии потока ( $v > 0$ ) убывание  $g_1(\tau)$  становится более быстрым. Как видно из рис. 4.2, чем больше  $v$ , тем быстрее убывает  $g_1(\tau)$ , а значит ее измерения могут быть использованы для диагностики светоиндуцированных потоков в случайно-неоднородных средах (например, для определения скоростей таких потоков).

Стоит отметить, что основной вклад в убывание корреляционной функции вносится все же не потоком рассеивателей, а их броуновским движением, интенсивность которого одинакова для всех кривых на рис. 4.2. Причина этого состоит в том, что во броуновское движение вовлечены все частицы среды, а в направленное светоиндуцированное — лишь их небольшая часть. Поэтому направленное движение оказывает влияние только на часть рассеянных фотонов, в то время, как броуновское — на все. Скорость убывания  $g_1(\tau)$  оказывается чувствительной к ско-

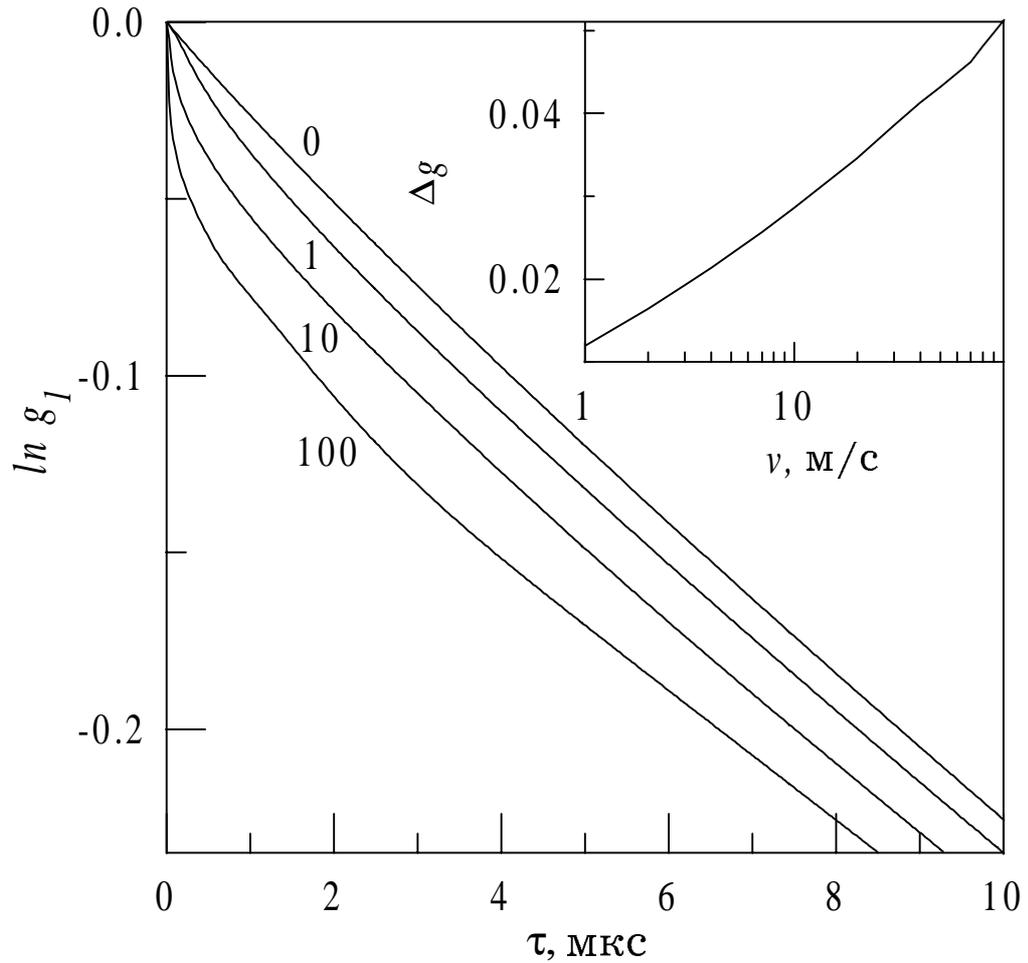


Рис. 4.2: Нормированная временная автокорреляционная функция диффузно отраженного излучения, рассчитанная при  $x_0 = 5l^*$ ,  $y_0 = 0$ ,  $\tau_0 = 10^{-4}$  с. Различные кривые соответствуют скоростям потока  $v = 0$  (нет потока), 1, 10 и 100 м/с. На вставке показано максимальное отклонение нормированной автокорреляционной функции от ее значения в отсутствие потока.

рости  $v$  потока при  $\tau < \tau_F$  и даже при  $\tau \sim \tau_F$ . При больших  $\tau$ , как видно из рис. 4.2, скорость убывания  $g_1(\tau)$  определяется в основном броуновским движением рассеивателей.

На основе проведенного выше анализа представляется возможным предложить по крайней мере два различных способа определения характерной скорости светоиндуцированного потока на основе измеренных зависимостей  $g_1(\tau)$ . Во-первых, при малых  $\tau$ , как видно из рис. 4.2, производная  $dg_1/d\tau$  возрастает с ростом  $v$ . Поэтому анализируя поведение  $g_1(\tau)$  при малых  $\tau$  можно определять скорость потока. Однако, такой способ измерения  $v$  может оказаться трудно реализуемым при больших  $v$ , поэтому возможно также действовать подобно тому, как это было сделано в пп. 3.3, 3.4, вычисляя максимальное отклонение  $g_1(\tau)$  в присутствии потока от ее значения в его отсутствие (см. (2.30)). Эта величина представлена на вставке рис. 4.2 как функция  $v$ . Видно, что  $\Delta g$  является почти линейной функцией  $\ln v$ .

### 4.3 Роль пондеромоторного действия света в задачах диффузионно-волновой спектроскопии

#### 4.3.1 Постановка задачи

Пусть полупространство  $z > 0$  заполнено концентрированной взвесью микрочастиц в жидкости (объемная плотность частиц  $0.01 < \Phi < 0.1$ ). Будем характеризовать среду средней длиной свободного пробега фотона  $\ell$ , транспортной длиной свободного пробега фотона  $\ell^*$ , коэффициентом поглощения  $\mu_a$  и динамической вязкостью  $\eta$  [84]

$$\eta = \eta_0 \left( 1 + \frac{5}{2} \Phi \right), \quad (4.14)$$

где  $\eta_0$  — вязкость жидкости. В отсутствие внешних воздействий будем считать частицы среды покоящимися, т.е. пренебрежем их броу-

новским движением. Пусть в точке  $\mathbf{r}_0 = \{0,0,0\}$  на среду падает лазерный импульс, сфокусированный в область с поперечными размерами  $d$  (длина волны в жидкости  $\lambda$ , длительность  $\tau_p$ , пиковая интенсивность  $I_0$ ,  $\lambda < d < \ell^*$ ), направленный вдоль оси  $z$  (см. рис. 4.3). Как и в п. 4.2, будем считать, что  $\tau_p$  много больше времени жизни фотона в среде. Если  $I_0$  достаточно мало, то импульс претерпевает многократное рассеяние на частицах среды, часть его энергии поглощается (вызывая незначительный нагрев среды), а часть покидает среду, причем временная когерентность рассеянного излучения не ухудшается по сравнению с падающим на среду пучком.

Если, однако,  $I_0$  становится достаточной для того, чтобы вызвать движение частиц среды, излучение претерпевает рассеяние уже не на покоящихся, а на движущихся частицах, что приводит к ухудшению временной когерентности рассеянного светового поля. Механизм ускорения частиц в поле лазерного импульса может быть различным [156–161]; на данном этапе анализа не имеет смысла его конкретизировать. Мы предполагаем, однако, что под действием лазерного излучения масса, форма, объем и другие параметры микрочастиц не меняются существенным образом на временах порядка времени жизни фотона в среде.

Определим характер движения частиц среды под действием лазерного излучения. Поскольку мы рассматриваем сильную фокусировку пучка света ( $\lambda < d < \ell^*$ ), то точку падения пучка на среду можно приближенно рассматривать как источник частиц, вылетающих в направлении оси  $z$ . Вследствие гидродинамического взаимодействия эти частицы будут увлекать за собой соседние, что приведет к формированию сложного поля  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  скоростей частиц в среде (формированию струи). Будем считать, что наличие у рассматриваемой нами среды границы при  $z = 0$  незначительно сказывается на виде поля  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  вдали

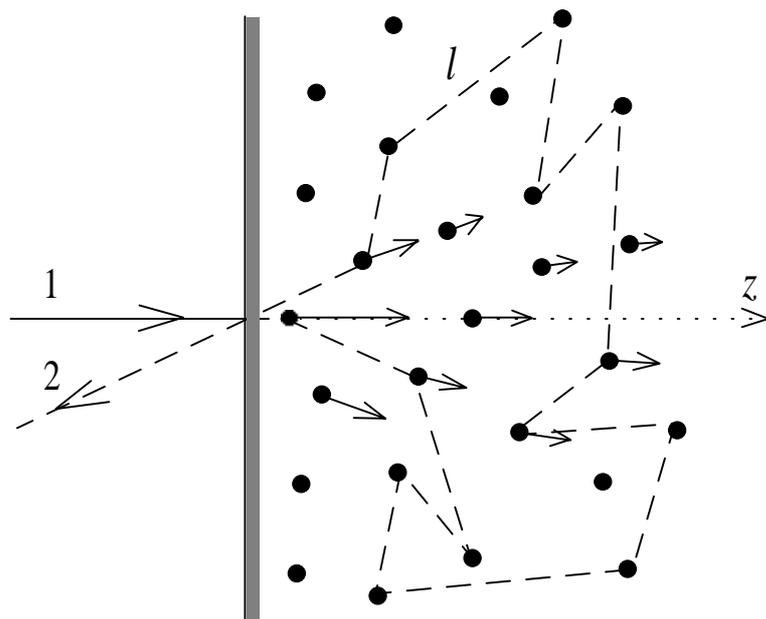


Рис. 4.3: Схема рассматриваемой экспериментальной ситуации. Сфокусированный в область размера  $d$  на границе среды лазерный пучок 1 вызывает формирование светоиндуцированной струи, которая приводит к потере когерентности многократно рассеянного в обратном направлении излучения 2.

от границы (при  $z > \ell^*$ ). Чтобы найти  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ , рассмотрим уравнение движения вязкой суспензии, заполняющей все пространство, записанное в предположении ее несжимаемости [84]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \operatorname{rot} \mathbf{v} - (\operatorname{rot} \mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \nu \Delta \operatorname{rot} \mathbf{v}. \quad (4.15)$$

Здесь  $\nu = \eta/\rho$  — кинематическая вязкость суспензии, а  $\rho$  — ее плотность. Это уравнение можно решить аналитически лишь в очень небольшом числе случаев, однако для описанной выше ситуации тонкой струи микрочастиц, бьющей из точки  $\{0,0,0\}$  в направлении оси  $z$  (задача о затопленной струе, см. [84]), решение может быть найдено. В сферической системе координат для не слишком больших скоростей струи оно имеет вид [84]:

$$v_r = \frac{P \cos \theta}{4\pi\eta r}, \quad v_\theta = -\frac{P \sin \theta}{8\pi\eta r}, \quad v_\phi = 0, \quad (4.16)$$

где  $P$  — полный поток импульса в струе, равный в наших условиях импульсу, передаваемому лазерным излучением частицам среды в единицу времени. Линии тока, соответствующие выражениям (4.16), приведены на рис. 4.4.

### 4.3.2 Расчет временной корреляционной функции

Для расчета временной корреляции излучения, многократно рассеянного в полубесконечной случайно-неоднородной среде, где поле скоростей рассеивающих центров имеет вид (4.16), воспользуемся методом интегрирования по траекториям (см. п. 1.1.3.2). Сначала рассмотрим случай точечных рассеивателей (размер рассеивателя  $a \ll \lambda$ ).

Для поля скоростей (4.16) расчет тензора напряжений (1.52) дает

$$\sigma_{rr} = -\frac{P \cos \theta}{2\pi r^2}, \quad \sigma_{\phi\phi} = \sigma_{\theta\theta} = \frac{P \cos \theta}{4\pi r^2}, \quad \sigma_{r\theta} = \sigma_{r\phi} = \sigma_{\theta\phi} = 0. \quad (4.17)$$

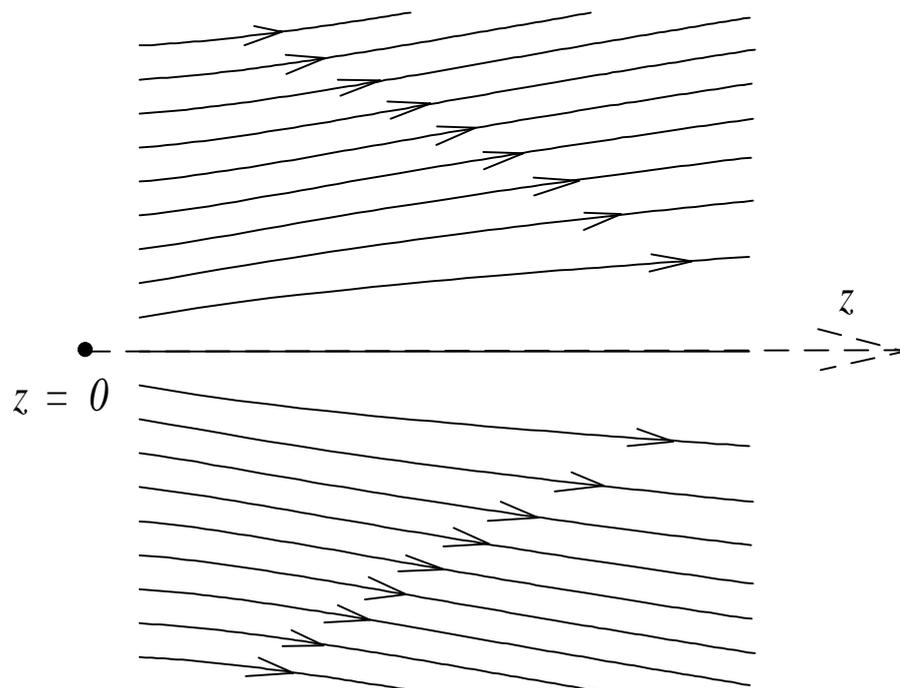


Рис. 4.4: Картина линий тока, соответствующая задаче о затопленной струе [84].

Чтобы найти  $G_1(\tau)$ , теперь необходимо вычислить интеграл (1.54)

$$\xi(n) = \frac{1}{\eta^2} \int \left( \sum_{i \neq k} \sigma_{ik}^2(\mathbf{r}_1) \right) \rho_n(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}) d^3 \mathbf{r}_1, \quad (4.18)$$

подставить его в выражение (1.53)

$$\langle \Delta \varphi_n^2(\tau) \rangle = \frac{2}{15} k^2 \ell^2 \tau^2 n \xi(n), \quad (4.19)$$

а затем рассчитать корреляционную функцию по формуле

$$G_1(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} I(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, n) \exp \left\{ -\frac{1}{2} \langle \Delta \varphi_n^2(\tau) \rangle \right\}, \quad (4.20)$$

где  $I(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, n)$  — функция Грина для рассматриваемой геометрии задачи (т.е. средняя интенсивность излучения в точке  $\mathbf{r}$ , создаваемая точечным источником когерентного излучения, расположенным в точке  $\mathbf{r}_0$ , соответствующая  $n$ -кратно рассеянному излучению).

В формуле (4.18) интегрирование производится по всему объему случайно-неоднородной среды;  $\rho_n(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \mathbf{r})$  — это доля  $n$ -кратно рассеянных фотонов, проходящих от источника излучения в точке  $\mathbf{r}_0$  к точке  $\mathbf{r}$  через точку  $\mathbf{r}_1$ . Для определенности будем считать, что в рассматриваемом нами случае рассеянный свет регистрируется в непосредственной близости от точки падения лазерного пучка на границу среды. Тогда можно приближенно положить  $\mathbf{r} \simeq \mathbf{r}_0 = \{0, 0, 0\}$  и воспользоваться выражением для  $\rho_n(\mathbf{r}_1) = \rho_n(0, \mathbf{r}_1, 0)$ , полученным в работе [80] (см. также п. 1.1.3.2) в диффузионном приближении:

$$\rho_n(\mathbf{r}_1) = \frac{3}{2\pi \ell^2 n r_1} \exp \left\{ -\frac{3r_1^2}{\ell^2 n} \right\}. \quad (4.21)$$

Подставляя (4.17, 4.21) в (4.18) и распространяя интегрирование в (4.18) на область  $r_1 > \ell$ , где рассеяние света хорошо описывается в диффузионном приближении, из выражения (4.19) находим

$$\langle \Delta \varphi_n^2(\tau) \rangle = \left( \frac{\tau}{\tau_c} \right)^2 f(n), \quad (4.22)$$

где

$$\tau_c = \sqrt{10} \frac{\eta \ell \lambda}{P} \quad (4.23)$$

— характерное время когерентности, связанное с возникновением светоиндуцированной струи;

$$f(n) = \exp \left\{ -\frac{3}{n} \right\} + \frac{3}{n} \text{Ei} \left\{ -\frac{3}{n} \right\}, \quad (4.24)$$

$\text{Ei}(x)$  — интегральная показательная функция [162]. Функция  $f(n)$ , определяющая относительную роль процессов рассеяния разных порядков, оказалась независимой от параметров задачи и определяется только порядком рассеяния  $n$ .

Проанализируем зависимость  $f(n)$  (см. рис. 4.5). Используя асимптотические выражения для функций, входящих в выражение (4.24), получаем

$$f(n) \simeq \frac{n}{3} \exp \left\{ -\frac{3}{n} \right\}, \quad n \rightarrow 0, \quad (4.25)$$

$$f(n) \simeq 1 - \frac{3}{n} \ln n, \quad n \rightarrow \infty. \quad (4.26)$$

Таким образом,  $f(n)$  обращается в нуль при  $n = 0$  и стремится к постоянному пределу, равному единице, при  $n \rightarrow \infty$ . Поэтому  $\tau_c$  является характерным временем когерентности излучения, соответствующим, строго говоря, рассеянию бесконечно высокой кратности. Процессам рассеяния конечной кратности соответствуют времена когерентности, большие чем  $\tau_c$ . Как видно из рис. 4.5,  $f(n)$  монотонно возрастает с ростом  $n$ . Это означает, что фотоны, рассеявшиеся большее число раз, вносят больший вклад в декорреляцию излучения.

Используя выражение для функции Грина  $I(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, n)$ , полученное в диффузионном приближении [92] (см. также (4.12)), и считая, что точка падения лазерного излучения на среду  $\mathbf{r}_0$  и точка  $\mathbf{r}$ , в которой производятся измерения временной автокорреляционной функции, находятся

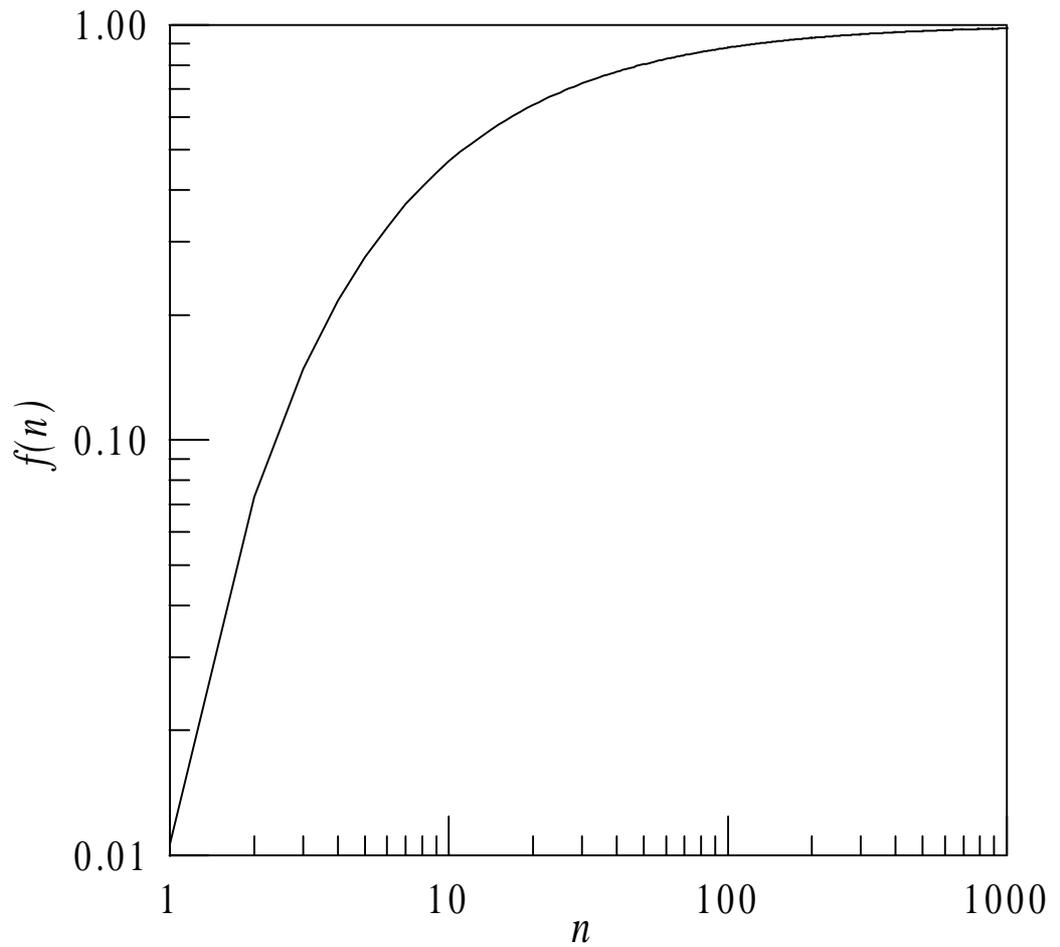


Рис. 4.5: Фактор  $f(n)$ , определяющий дисперсию разности фаз фотонов, рассеявшихся на одних и тех же частицах среды в моменты времени, разделенные промежутком  $\tau$  (см. (4.24)).

на расстоянии порядка  $\ell$ , получаем окончательное выражение для  $G_1(\tau)$ :

$$G_1(\tau) \propto \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{5/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \langle \Delta \varphi_n^2(\tau) \rangle - \mu_a \ell n \right\}, \quad (4.27)$$

где  $\langle \Delta \varphi_n^2(\tau) \rangle$  дается формулой (4.22). Как отмечалось выше, проведенный анализ справедлив для случая, когда размер рассеивателей  $a \ll \lambda$ . Если  $a \sim \lambda$  (или  $a > \lambda$ ), то анализ существенно усложняется. Однако, как указывалось в п. 1.1.3.2, соответствующие этому случаю приближенные результаты могут быть получены путем замены  $\ell$  на  $\ell^*$  во всех формулах настоящего раздела.

### 4.3.3 Обсуждение результатов

На рис. 4.6 представлены нормированные временные автокорреляционные функции рассеянного назад света  $G_1(\tau)/G_1(0)$  для различных значений произведения  $\mu_a \ell$  (для определенности будем считать, что  $\ell$  одинакова для всех трех кривых, а коэффициент поглощения  $\mu_a$  различен). Отметим, что коэффициент поглощения  $\mu_a$  оказывает относительно малое влияние на нормированную корреляционную функцию рассеянного света. Влияние поглощения будет проявляться в основном через увеличение  $P$  (а значит уменьшение  $\tau_c$ , см. (4.23)) с ростом  $\mu_a$ . Различие между кривыми, соответствующими различным значениям коэффициента поглощения, обусловлено тем, что при малых  $\mu_a$  ( $\mu_a \ll \ell^{-1}$ ) достаточно большая часть рассеянного назад света возникает в результате процессов рассеяния высоких порядков, которые вносят существенный вклад в декорреляцию излучения. При относительно больших  $\mu_a$  ( $\mu_a \sim \ell^{-1}$ ), как видно из (4.27), большим  $n$  соответствуют пренебрежимо малые интенсивности (из-за наличия слагаемого  $-\mu_a \ell n$  в аргументе экспоненты), поэтому основная часть рассеянного излучения возникает как результат процессов рассеяния низких порядков. Несмотря на то, что этот случай не совсем корректно описывается в использованном нами диф-

фузионном приближении, формула (4.27) по-прежнему дает физически понятный результат: корреляционная функция теперь спадает не так быстро, как при малых  $\mu_a$ , поскольку фотоны, претерпевшие меньшее число актов рассеяния, декоррелированы слабее.

Отметим, что при  $\tau/\tau_c \gg 1$  кривые, соответствующие различным  $\mu_a$ , становятся параллельными. Это связано с тем, что при больших  $\tau$  наибольшее влияние на временную автокорреляционную функцию рассеянного излучения оказывают фотоны, рассеявшиеся малое число раз, и вследствие этого почти “не чувствующие” наличия малого поглощения света в среде.

Из рис. 4.6 видно, что время когерентности рассеянного излучения оказывается почти на порядок больше, чем  $\tau_c$ . Это связано с тем, что, как обсуждалось выше,  $\tau_c$  является временем когерентности, соответствующим рассеянию бесконечно большой кратности, а в соответствии с формулой (4.27) временная автокорреляционная функция формируется как сумма вкладов процессов рассеяния различных порядков  $n$ . Вклад процессов рассеяния порядка  $n$  в отсутствие поглощения пропорционален  $n^{-5/2}$  (см. (4.27)), поэтому основную роль в сумме (4.27) играют члены, соответствующие небольшим  $n$ . Для этих слагаемых характерное время когерентности может заметно превышать  $\tau_c$  за счет того, что фактор  $f(n)$  оказывается значительно меньше единицы (см. (4.22) и рис. 4.5).

Необходимо отметить различный вид зависимости  $\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle$  от  $\tau$  для броуновского движения рассеивателей ( $\langle \Delta\varphi_n^{(B)2}(\tau) \rangle \propto \tau$ ) и светоиндуцированной струи ( $\langle \Delta\varphi_n^{(F)2}(\tau) \rangle \propto \tau^2$ ). Эффекты лазерного ускорения, таким образом, качественно меняют вид временной корреляционной функции диффузно отраженного излучения. Кроме того, определенный интерес представляет выражение для характерного времени когерентности  $\tau_c$  (4.23). Это выражение представляет из себя комбинацию

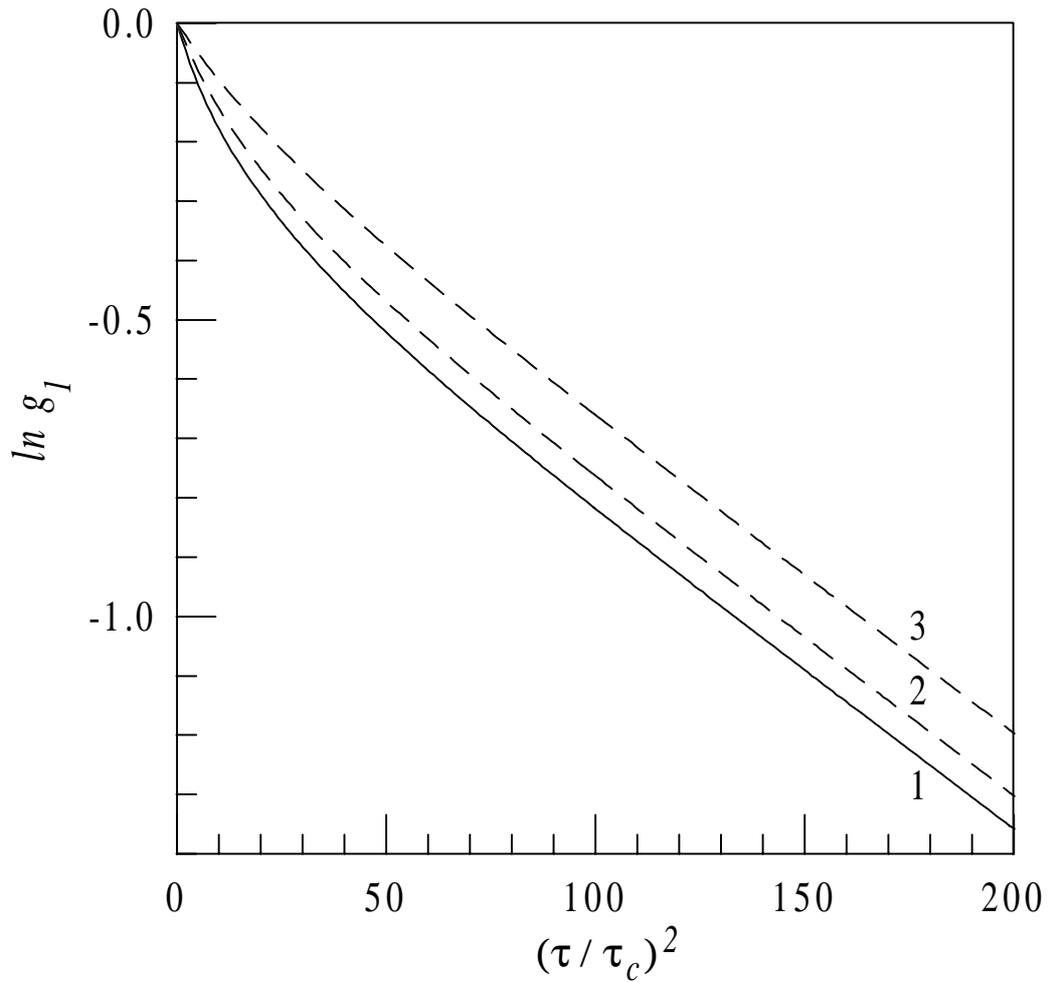


Рис. 4.6: Логарифм нормированной временной автокорреляционной функции  $g_1(\tau) = G_1(\tau)/G_1(0)$  как функция квадрата отношения  $\tau/\tau_c$  для трех различных значений коэффициента поглощения  $\mu_a$  при фиксированном импульсе  $P$ , передаваемом от электромагнитного поля к частицам среды в единицу времени:  $\mu_a = 0$  (1),  $\mu_a = 0.1\ell^{-1}$  (2),  $\mu_a = 0.5\ell^{-1}$  (3).

гидродинамического ( $\eta$ ) и оптических ( $\ell$ ,  $\lambda$ ) параметров с величиной, описывающей эффективность передачи импульса от электромагнитного поля к среде ( $P$ ) и могло быть получено (с точностью до численного множителя) из соображений размерности. Отметим, что, по крайней мере при низких интенсивностях, броуновское блуждание и светоиндуцированное движение рассеивателей можно считать независимыми. Тогда выражение для  $\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle$  с учетом обоих типов движения можно записать в виде суммы двух членов:

$$\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle = \langle \Delta\varphi_n^{(B)2}(\tau) \rangle + \langle \Delta\varphi_n^{(F)2}(\tau) \rangle. \quad (4.28)$$

Оценим условия, при которых ponderomotorное действие света существенно при расчете временной когерентности рассеянного света. Для этого, очевидно, необходимо конкретизировать основной механизм ускорения взвешенных частиц в поле лазерного излучения. Например, для полистироловых шариков субмикронного размера, взвешенных в воде, основную роль будет играть давление света, т.к. поглощение света в полистироле мало, а все другие механизмы ускорения как раз связаны с поглощением света (см. п. 4.1). Поэтому  $P \simeq W/c$ , где  $W$  — мощность излучения,  $c$  — скорость света в среде. Второе слагаемое в формуле (4.28) превысит первое, если мощность излучения будет больше некоторого критического значения  $W_c(\tau, n)$ :

$$W > W_c(\tau, n) \simeq 4c\ell \sqrt{\frac{5\pi\eta k_B T}{3a} \times \frac{n}{\tau f(n)}}, \quad (4.29)$$

где  $k_B$  — постоянная Больцмана, а  $T$  — температура суспензии. При выводе формулы (4.29) мы воспользовались выражением для коэффициента диффузии сферических частиц в суспензии:  $D_B = k_B T / (6\pi\eta a)$ .

Как видно из выражения (4.29), критическая мощность зависит и от порядка рассеяния  $n$ , и от временной задержки  $\tau$ . Анализ показывает, что отношение  $n/f(n)$  минимально при  $n = 5$ , поэтому максималь-

ное влияние эффекты лазерного ускорения будут оказывать на фотоны, рассеявшиеся небольшое число раз (порядка пяти). Как функция  $\tau$ ,  $W_c$  является монотонно убывающей.

Чтобы провести оценку, положим  $a \sim 0.1$  мкм и зададим объемную концентрацию частиц равной 1%; тогда  $\ell^* \sim 200$  мкм.<sup>1</sup> Для воды  $\eta \sim 10^{-3}$  Па·с; длину волны излучения  $\lambda$  примем равной 0.5 мкм. В результате, при  $n = 5$  критическая мощность  $W_c$  будет меняться от 15 Вт при  $\tau = 1$  мкс до 0.5 Вт при  $\tau = 1$  мс. Как видно, эти критические значения мощности излучения достаточно малы для того, чтобы описанный в настоящей работе эффект можно было наблюдать экспериментально. Тем не менее, до сих пор многократное рассеяние света на индуцированной им же самим струе микрочастиц не наблюдалось. Причина этого, по-видимому, заключается в том, что обычно эксперименты проводятся при мощности лазера, не превышающей 1 Вт, и в диапазоне временных задержек  $\tau < 1$  мс.

## Выводы к главе IV

1. Методика диффузионно-волновой спектроскопии может применяться для изучения индуцированных мощным лазерным излучением потоков микрочастиц в концентрированных суспензиях.
2. При мощности сильно сфокусированного лазерного пучка, превышающей  $1 \div 10$  Вт, эффекты лазерного ускорения микрочастиц могут оказывать заметное влияние на временную автокорреляционную функцию света, диффузно отраженного от суспензии частиц микронного или субмикронного размера.

---

<sup>1</sup>Расчет проводился с использованием стандартных формул теории Ми [76].

## Основные результаты и выводы

1. Показано, что временная автокорреляционная функция  $G_1(\tau) = \langle E(t)E^*(t + \tau) \rangle$  когерентного лазерного излучения, многократно рассеянного в случайно-неоднородной мутной среде с пространственно неоднородной динамикой рассеивателей, с удовлетворительной точностью описывается диффузионной моделью. Уравнение диффузии для  $G_1(\tau)$  обобщено на случай направленного движения частиц среды. С использованием численного моделирования рассеяния методом Монте-Карло установлено, что диффузионная модель применима в условиях, когда роль процессов рассеяния низкого порядка пренебрежимо мала.
2. Получены общие выражения для временной автокорреляционной функции  $G_1(\tau)$  света, многократно рассеянного в многослойной мутной среде, состоящей из произвольного числа слоев. Для частных случаев двухслойной и трехслойной сред показано, что методика диффузионно-волновой спектроскопии может быть использована для получения полезной информации как о рассеивающих свет частицах (определение среднего размера частиц, коэффициентов рассеяния и поглощения), так и о макроскопической структуре образца (определение положения и размеров динамически неоднородных областей).
3. Изучено влияние поглощения на временную автокорреляционную функцию  $G_1(\tau)$  многократно рассеянного света. Показано, что для

случая одной динамически неоднородной области, находящейся внутри макроскопически однородного образца, все кривые  $G_1(\tau)$ , измеренные в различных точках поверхности образца, должны пересечься в одной точке  $\tau = \tau_1$ . При условии постоянства транспортной длины свободного пробега фотона  $\ell^*$  в пределах образца,  $\tau_1$  пропорционально  $(-\Delta\mu_a/\Delta D_B)$  (где  $\Delta\mu_a$ ,  $\Delta D_B$  — отклонения коэффициентов поглощения света и диффузии рассеивателей внутри динамической неоднородности от их значений в остальной среде).

4. Установлено хорошее соответствие между теоретически рассчитанными временными автокорреляционными функциями света, диффузно отраженного от случайно-неоднородной мутной среды с макроскопически неоднородной динамикой рассеивателей, и экспериментальными данными других научных групп. Выявлено, что методика диффузионно-волновой спектроскопии может с успехом применяться для локализации потоков частиц в многократно рассеивающих свет случайно-неоднородных средах при условии, что область потока удалена от границы среды не дальше, чем на расстояние  $15 \div 20\ell^*$ , а скорость потока превышает 1 мм/с. Положение области потока и ее размер в этом случае могут быть определены с точностью до  $1 \div 5\ell^*$ .
5. Предложена модификация метода диффузионно-волновой спектроскопии, предназначенная для изучения возникающих под действием мощного лазерного излучения светоиндуцированных потоков частиц в концентрированных суспензиях. Теоретически показано, что измерения  $G_1(\tau)$  могут быть использованы для определения характерных скоростей потоков в концентрированных суспензиях.

6. Временная автокорреляционная функция многократно рассеянного света рассчитана с учетом пондеромоторного действия падающего на мутную среду лазерного пучка. Теоретически предсказано, что при мощности сильно сфокусированного лазерного пучка, превышающей  $1 \div 10$  Вт, эффекты лазерного ускорения микрочастиц должны играть существенную роль в экспериментах по динамическому многократному рассеянию света.

---

*Я искренне благодарен всем, кто помогал мне при подготовке настоящей диссертации. Прежде всего, большое спасибо моему научному руководителю — Сергею Сергеевичу Чеснокову. Его поддержка и советы были поистине неоценимы. Кроме того, я в неоплатном долгу перед преподавателями и сотрудниками физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, чей труд позволил мне стать специалистом высокой квалификации. Отдельное спасибо сотрудникам кафедры общей физики и волновых процессов и, особенно, заведующему кафедрой Николаю Ивановичу Коротееву. Только доброжелательная и способствующая плодотворной работе атмосфера, созданная и поддерживаемая на кафедре, позволила мне выполнить описанную в диссертации работу.*

*При подготовке настоящей диссертации мне посчастливилось работать вместе с большим количеством замечательных людей, которым я также от души признателен. Прежде всего, большое спасибо Роже Мейнару [Roger Maunard] (Университет Дж. Фурье, Гренобль, Франция), дискуссии с которым помогли мне вникнуть в суть проблем многократного рассеяния волн в случайно-неоднородных средах. Крайне важным было для меня сотрудничество с исследователями, выполняющими экспериментальные измерения — Микелем Хекмейером [Michael*

*Heckmeier]* и Георгом Маретом [*Georg Maret*] (Университет г. Констанц, Констанц, Германия); а также с Игорем Владиславовичем Меглинским (Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия). Сопоставление теоретических и экспериментальных результатов позволило мне лучше понять многие аспекты рассматриваемых в диссертации проблем. Я благодарен также Мишику Айразатовичу Казаряну (ФИАН им. П.Н. Лебедева), сотрудничество с которым было для меня чрезвычайно важным при подготовке последней главы настоящей диссертации.

Нельзя не отметить плодотворные дискуссии с Валерием Петровичем Кандидовым, Александром Васильевичем Приезжевым и Александром Алексеевичем Карабутовым (МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия); со Станиславом Дмитриевичем Захаровым и Владимиром Афанасьевичем Щегловым (ФИАН им. П.Н. Лебедева, Москва, Россия).

Наконец, я благодарен своим родителям — Людмиле Алексеевне и Евгению Павловичу — за поддержку с их стороны, за полезные советы и за все те качества, ими во мне воспитанные, которые позволили мне проделать описанную в диссертации работу.

---

## Приложения

### А. Фазовая функция Хени-Гринштейна

Фазовая функция Хени-Гринштейна имеет вид [10]

$$p(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}') = p(\hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}') = p(\cos \theta) = \frac{1 - g^2}{2 [1 + g^2 - 2g \cos \theta]^{3/2}}, \quad (4.1)$$

где  $\theta$  — угол между направлением  $\hat{\Omega}'$  распространения волны до рассеяния и направлением  $\hat{\Omega}$  распространения рассеянной волны ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ).

Средний косинус угла рассеяния равен  $g$ :

$$\langle \cos \theta \rangle = \int_0^\pi p(\cos \theta) \cos \theta \sin \theta \, d\theta = g. \quad (4.2)$$

### Б. Условия проведения эксперимента – I [136]

В эксперименте использовалась кювета размером  $5 \times 4 \times 2$  см<sup>3</sup>, заполненная монодисперсной суспензией полистироловых шариков диаметром  $b = 0.12$  мкм. Объемная концентрация шариков задавалась равной  $\Phi = 0.058$ . Для такой суспензии при комнатной температуре  $D_B = 3.55 \times 10^{-12}$  м<sup>2</sup>/с,  $\tau_0 = 2.66 \times 10^{-4}$  с,  $\ell^* = 69$  мкм,  $\mu_a \approx 0$ . Внутри кюветы был расположен сделанный из оптического стекла капилляр длиной 3 см и диаметром  $d = 1.5$  мм. Толщина стенок капилляра — 0.01 мм.

В экспериментах с потоком рассеивателей через капилляр протекала та же суспензия, которой была заполнена вся кювета. Ее поток создавался за счет системы находящихся на разной высоте сообщающихся сосудов. В экспериментах по визуализации области с отличающимся по интенсивности броуновским движением рассеивателей капилляр заполнялся суспензией полистироловых шариков другого размера:  $b = 0.7$

мкм ( $D_B = 6.08 \times 10^{-13} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\tau_0 = 1.55 \times 10^{-3} \text{ с}$ ) или  $b = 2.04 \text{ мкм}$  ( $D_B = 2.09 \times 10^{-13} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\tau_0 = 4.52 \times 10^{-3} \text{ с}$ ). Объемная концентрация частиц в этих двух случаях задавалась равной  $\Phi = 0.035$  и  $0.067$ , соответственно. Это было необходимо для сохранения величины транспортной длины свободного пробега фотона внутри капилляра равной ее значению в остальном объеме кюветы ( $\ell^* = 69 \text{ мкм}$ ). Транспортная длина свободного пробега измерялась независимо для каждой из используемых суспензий при помощи стандартных экспериментов по измерению коэффициента пропускания слоя суспензии известной толщины [25].

На кювету падало линейно поляризованное излучение одномодового аргонового ионного лазера (длина волны  $\lambda = 514.5 \text{ нм}$ , радиус пучка  $\approx 1 \text{ мм}$ ). Угол падения лазерного пучка на стенку кюветы составлял величину порядка  $10^\circ$ . Рассеянный назад свет собирался с поверхности диаметром  $1 \text{ мм}$  на стенке кюветы при помощи двух диафрагм и попадал на вход фотоумножителя. Таким образом, измерения проводились в пределах одного пятна спекл-картины. Чтобы уменьшить влияние рассеяния низких порядков, использовалась кросс-поляризационная схема измерений (V-H конфигурация): при помощи поляризатора из рассеянного излучения выделялась только та часть, поляризация которой была перпендикулярна поляризации исходного лазерного пучка [163].

Нормированная временная автокорреляционная функция интенсивности рассеянного света  $g_2(\tau) = \langle I(t)I(t + \tau) \rangle / \langle I \rangle^2$  вычислялась с использованием электронного многоканального автокоррелометра, соединенного с выходом фотоумножителя. Использовалось 88 каналов коррелометра. Затем для получения  $g_1(\tau) = \langle E(t)E^*(t + \tau) \rangle / \langle |E(t)|^2 \rangle$  применялось соотношение Зигерта (1.58). Поскольку область на границе рассеивающей среды, откуда излучение попадает на вход фотоумножителя, имеет конечный (ненулевой) размер, то вычисляемое на основе измеренной величины  $g_2(0)$  значение  $g_1(0)$  всегда оказывается несколь-

ко меньше единицы (т.е.  $\beta \neq 1$ ). Для проведения количественного сопоставления теоретических и экспериментальных результатов, измеряемые в эксперименте зависимости  $g_1(\tau)$  домножались на  $g_1^{-1}(0)$  (т.е. величина  $\beta$  определялась экспериментально).

Предварительно было проверено, что ни стенки капилляра, ни наличие внутри капилляра суспензий с различными коэффициентами диффузии  $D_B$ , ни поток суспензии через капилляр не оказывают никакого влияния на среднюю интенсивность рассеянного назад света. Это означает отсутствие какой-либо возможности определения параметров неоднородной области внутри образца (и даже ее присутствия) на основе статических измерений.

Для определения значения константы  $\gamma$ , входящей в уравнение (3.13), перед каждым экспериментом делалось калибровочное измерение временной автокорреляционной функции диффузно отраженного излучения в отсутствие капилляра. Значение  $\gamma$  затем определялось путем аппроксимации экспериментально измеренных кривых формулой (3.13). В результате были получены значения  $\gamma = 2.12 \div 2.82$ . Изменение  $\gamma$  от измерения к измерению было обусловлено конечностью размеров лазерного пучка: поскольку угол падения лазерного пучка на кювету каждый раз немного изменялся, то и размер освещенной области на стенке кюветы не оставался постоянным.

## **В. Условия проведения эксперимента – II [138]**

Принципиальная схема экспериментальной установки показана на рис. 3.1. Образец ( $8 \times 15 \times 15$  см<sup>3</sup>) состоял состоит из частиц рутила  $\text{TiO}_2$ , растворенных в смоле (0.01 г рутила на 100 мл смолы, диаметр частиц 0.25 мкм,  $\mu'_s = 4$  см<sup>-1</sup>,  $\mu_a = 0.002$  см<sup>-1</sup>,  $\ell^* = 0.25$  см,  $D_B = 0$ ). Внутри образца на расстоянии  $z = 0.925$  см от одной из его граней было сделано

цилиндрическое сквозное отверстие диаметром  $d = 0.75$  см, в котором с помощью расположенных на разной высоте сообщающихся сосудов поддерживалось ламинарное течение взвеси полистироловых шариков в воде (диаметр частиц  $0.296$  мкм, объемная концентрация  $\simeq 0.5\%$ ,  $D_B = 1.5 \times 10^{-8}$  см<sup>2</sup>/с,  $\tau_0 = 6.32 \times 10^{-4}$  с). Оптические свойства взвеси ( $\mu'_s, \mu_a$ ) были близки к свойствам материала, из которого изготовлен образец. Таким образом, область внутри капилляра отличалась от окружающей среды только динамикой находящихся в ней частиц.

Когерентное лазерное излучение на длине волны  $\lambda = 514$  нм мощностью до  $1$  Вт, генерируемое аргоновым ионным лазером с установленным внутри резонатора эталоном Фабри-Перо в ТЕМ<sub>00</sub> моде, с помощью системы зеркал и линзы вводилось в многомодовый световод (диаметр сердцевины  $200$  мкм, числовая апертура  $0.16$ ). Эталон Фабри-Перо внутри резонатора лазера обеспечивал достаточно большую длину когерентности излучения (около  $3$  м), что необходимо в экспериментах по многократному рассеянию света [102]. Пройдя по световоду, свет падал на поверхность образца. Рассеянный назад (диффузно отраженный) от образца свет собирался с помощью одномодового волоконного световода (диаметр  $3.1$  мкм, числовая апертура  $0.13$ ), что обеспечивало регистрацию флуктуаций интенсивности света в пределах площадки когерентности рассеянного излучения. Приемная апертура световода была расположена в точке  $(x, y, 0)$ , как показано на рис. 3.1.

Пройдя по световоду, рассеянное излучение поступало на работающий в режиме счета фотонов ФЭУ, соединенный с цифровым многоканальным автокоррелометром. Применение световодов для подвода лазерного излучения к образцу и регистрации рассеянного света, а также использование цифрового автокоррелометра обеспечивало высокое значение отношения сигнал/шум в процессе измерений. Временная автокорреляционная функция поля в рассеянной волне  $g_1(\tau)$  вычислялась

на основе рассчитанной коррелометром автокорреляционной функции интенсивности  $g_2(\tau)$  при помощи соотношения Зигерта (1.58).

Поскольку используемый в эксперименте образец не удовлетворяет условию эргодичности, усреднение произведения  $I(t)I(t + \tau)$  по ансамблю реализаций достигалось методом, предложенным в работе [164]. Суть этого метода состоит в том, что усреднение осуществляется за счет перемещения образца относительно неподвижных источника и детектора с помощью шагового электрического двигателя попеременно, то в одну, то в другую сторону. В описываемых здесь экспериментах скорость движения образца составляла около 50 мкм/с. Перемена направления движения осуществлялась автоматически каждые 10 с, в результате чего образец сдвигался примерно на 500 мкм то в одну, то в другую сторону в направлении, параллельном оси капилляра.

---

## Литература

- [1] Шифрин К.С. Рассеяние света в мутной среде. // М.-Л.: ГИТТЛ, 1951.
- [2] Ван де Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами. // М.: ИЛ, 1961.
- [3] Jakerman E. Theory of optical spectroscopy by digital autocorrelation of photon-counting fluctuations. // J. Phys A: Gen. Phys., 1970, v. 3, p. 201–215.
- [4] Бенедек Дж. Спектроскопия оптического смешения и ее приложения к задачам физики, химии биологии и техники. // УФН, 1972, т. 106, вып. 3, с. 481–504.
- [5] Laser speckle and related phenomena. Ed. Dainty J.C. // Berlin: Springer-Verlag, 1975.
- [6] Berne B.J., Pecora R. Dynamic light scattering with application to chemistry, biology, and physics. // N.Y.: Wiley, 1976.
- [7] Photon correlation spectroscopy and velocimetry. Eds. H.Z. Cummins, E.R. Pike. // N.Y. : Plenum Press, 1977.
- [8] Спектроскопия оптического смешения и корреляция фотонов. Под ред. Г. Камминса и Э. Пайка. // М.: Мир, 1978.
- [9] Кросиньяни Б., Ди Порто П., Бертолотти М. Статистические свойства рассеянного света. // М.: Наука, 1980.
- [10] Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Том 1. Однократное рассеяние и теория переноса.

- // М.: Мир, 1981 [См. также второе издание: Ishimaru A. Wave propagation and scattering in random media. // N.Y.: IEEE Press, 1997].
- [11] Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Том 2. Многократное рассеяние, турбулентность, шероховатые поверхности и дистанционное зондирование. // М.: Мир, 1981 [См. также второе издание: Ishimaru A. Wave propagation and scattering in random media. // N.Y.: IEEE Press, 1997].
- [12] Pecora R. Dynamic light scattering: applications of photon correlation spectroscopy. // N.Y.: Plenum Press, 1985.
- [13] Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. // М.: Мир, 1986.
- [14] Приезжев А.В., Тучин В.В., Шубочкин Л.П. Лазерная диагностика в биологии и медицине. // М.: Наука, 1989.
- [15] Tissue optics. Eds. Welch A.J., van Gemert M.C.J. // N.Y.: Academic Press, 1992.
- [16] Optical methods of biomedical diagnostics and therapy. Ed. Tuchin V.V. // Bellingham: SPIE, v. 1981, 1992.
- [17] Brown W. Dynamic light scattering. The method and some applications. // Oxford: Clarendon Press, 1993.
- [18] Tuchin V.V. Laser light scattering in biomedical diagnostics and therapy. // Laser Appl., 1993, v. 5, № 2,3, p. 43–60.
- [19] Тучин В.В. Исследование биотканей методами светорассеяния. // УФН, 1997, т. 167, № 5, с. 517–539.
- [20] Тучин В.В. Лазеры и волоконная оптика в биомедицинских исследованиях. // Саратов: Издательство СГУ, 1998.
- [21] Иванов А.П., Лойко В.А., Дик В.П. Распространение света в плотноупакованных дисперсных средах. // Минск: Наука и техника,

1988.

- [22] Coherence-domain methods in biomedical optics. Ed. Tuchin V.V. // Bellingham: SPIE, v. 2732, 1996.
- [23] Coherence-domain methods in biomedical science and clinical applications. Eds. Tuchin V.V., Podbielska H., Ovrzyn B. // Bellingham: SPIE, v. 2981, 1997.
- [24] Yodh A., Tromberg B., Sevick-Muraca E., Pine D. Diffusing photons in turbid media. // *Appl. Opt.*, 1997, v. 36, № 1, p. 9–231.
- [25] Pine D.J., Weitz D.A., Maret G., Wolf P.E., Herbolzheimer E., Chaikin P.M. Dynamical correlations of multiply scattered light. // In: *Scattering and localization of classical waves in random media*. Ed. Ping Sheng, World Scientific, Singapore, 1989, p. 312–372.
- [26] Pine D.J., Weitz D.A., Zhu J.X., Herbolzheimer E. Diffusing-wave spectroscopy: dynamic light scattering in the multiple scattering limit. // *J. Phys. France*, 1990, v. 51, № 18, p. 2101–2127.
- [27] Photon migration in tissue and biomedical applications of lasers. Special issue. // *Appl. Opt.*, 1993, v. 32, № 4, p. 353–630.
- [28] Maret G. Recent experiments on multiple scattering and localization of light. // In: *Mesoscopic quantum physics. Les Houches session LXI*. Eds. Akkermans E., Montambaux G., Pichard J.-L., Zinn-Justin J., Elsevier, North-Holland, 1995, p. 147–179.
- [29] Барабаненков Ю.Н., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Состояние теории распространения волн в случайно-неоднородных средах. // *УФН*, 1970, т. 102, вып. 1, с. 3–42.
- [30] Барабаненков Ю.Н. Многократное рассеяние волн на ансамбле частиц и теория переноса излучения. // *УФН*, 1975, т. 117, вып. 1, с. 49–78.
- [31] Kuz'min V.L., Romanov V.P., Zubkov L.A. Propagation and scattering of light in fluctuating media. // *Phys. Rep.*, 1994, v. 248,

№ 2–5, p. 71–368.

- [32] Кузьмин В.Л., Романов В.П. Когерентные эффекты при рассеянии света в неупорядоченных системах. // УФН, 1996, т. 166, № 3, с. 247–278.
- [33] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая электродинамика. // М.: Наука, 1989.
- [34] Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. // М.: Физматгиз, 1962.
- [35] Frisch U. Wave propagation in random media. // In: Probabilistic methods in applied mathematics. Ed. Bharucha-Reid A.T., N.Y.: Academic Press, 1968, p. 76–198.
- [36] Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. // М.: Наука, 1967.
- [37] Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Часть 2. Случайные поля. // М.: Наука, 1978.
- [38] Апресян Л.А., Кравцов Ю.А. Теория переноса излучения: Статистические и волновые аспекты. // М.: Наука, 1983.
- [39] Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статистическая физика. Часть 2. Теория конденсированного состояния. // М.: Наука, 1978.
- [40] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. // М.: Физматгиз, 1959.
- [41] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. // М.: Наука, 1970.
- [42] Vicout D., Brosseau C., Martinez A.S., Schmitt J.M. Depolarization of multiply scattered waves by spherical diffusers: influence of the size parameter. // Phys. Rev. E, 1994, v. 49, № 3, p. 1767–1770.
- [43] Романов С.В. Статистическое моделирование матриц Мюллера дисперсных объектов в условиях многократного рассеяния света.

- Дисс. к.ф.-м.н. // Саратов, Россия, 1997.
- [44] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. // М.: Наука, 1989.
- [45] Блохинцев Д.И. Основы квантовой механики. // М.: Наука, 1976.
- [46] Голубенцев А.А. Подавление интерференционных эффектов при многократном рассеянии света. // ЖЭТФ, 1984, т. 86, вып. 1, с. 47–59.
- [47] Stephen M.J. Temporal fluctuations in wave propagation in random media. // Phys. Rev. B, 1988, v. 37, № 1, p. 1–5.
- [48] Van Albada M.P., Lagendijk A. Observation of weak localization of light in a random medium. // Phys. Rev. Lett., 1985, v. 55, № 24, p. 2692–2695.
- [49] Wolf P.E., Maret G. Weak localization and coherent backscattering of photons in disordered media. // Phys. Rev. Lett., 1985, v. 55, № 24, p. 2696–2699.
- [50] MacKintosh F.C., John S. Coherent backscattering of light in the presence of time-reversal-noninvariant and parity-nonconserving media. // Phys. Rev. B, 1988, v. 37, № 4, p. 1884–1897.
- [51] Akkermans E., Wolf P.E., Maynard R., Maret G. Theoretical study of the coherent backscattering of light by disordered media. // J. Phys. France, 1988, v. 49, № 1, p. 77–98.
- [52] Альтшулер Б.Л. Флуктуации остаточной проводимости неупорядоченных проводников. // Письма в ЖЭТФ, 1985, т. 41, вып. 12, с. 530–533.
- [53] Альтшулер Б.Л., Хмельницкий Д.Е. Флуктуационные свойства проводников малых размеров. // Письма в ЖЭТФ, 1985, т. 42, вып. 7, с. 291–293.
- [54] Альтшулер Б.Л., Спивак Б.З. Изменение реализации случайного потенциала и проводимость образцов малых размеров. // Письма

в ЖЭТФ, 1985, т. 42, вып. 9, с. 363–365.

- [55] Hikami S. Anderson localization in a nonlinear- $\sigma$ -model representation. // Phys. Rev. B, 1985, v. 24, № 5, p. 2671–2679.
- [56] Альтшулер Б.Л., Спивак Б.З. Мезоскопические флуктуации в контакте сверхпроводник — нормальный металл — сверхпроводник. // ЖЭТФ, 1987, т. 92, вып. 2, с. 607–615.
- [57] Special issue: Disordered solids. // Physics Today, 1988, v. 3, № 12, p. 1–176.
- [58] Чандрасекар С. Перенос лучистой энергии. // М.: ИЛ, 1953.
- [59] Кейз К., Цвайфель П. Линейная теория переноса. // М.: Мир, 1972.
- [60] Барабаненков Ю.Н. Уравнение переноса излучения в модели изотропных точечных рассеивателей. // ДАН СССР, 1967, т. 174, № 1, с. 53–55.
- [61] Дэвисон Б. Теория переноса нейтронов. // М.: Атомиздат, 1960.
- [62] Белл Д., Глистон С. Теория ядерных реакторов. // М.: Атомиздат, 1974.
- [63] Duderstadt J.J., Hamilton L.J. Nuclear Reactor Analysis. // N.Y.: Wiley, 1976.
- [64] Марчук Г.И., Лебедев В.И. Численные методы в теории переноса нейтронов. // М.: Атомиздат, 1981.
- [65] Соболев В.В. Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет. // М.: Гостехиздат, 1956.
- [66] Соболев В.В. Рассеяние света в атмосферах планет. // М.: Наука, 1972.
- [67] Klitsner T., VanCleve J.E., Fischer H.E., Pohl R.O. Phonon radiative heat transfer and surface scattering. // Phys. Rev. B, 1988, v. 38, № 11, p. 7576–7594.
- [68] Swartz E.T., Pohl R.O. Thermal boundary resistance. // Rev. Mod. Phys., 1989, v. 61, № 3, p. 605–668.

- [69] Furutsu K. Multiple scattering of waves in a medium of randomly distributed particles and derivation of transport equation. // *Rad. Sci.*, 1975, v. 10, № 1, p. 29–44.
- [70] Furutsu K. Diffusion equation derived from space-time transport equation. // *J. Opt. Soc. Am.*, 1980, v. 70, № 4, p. 360–366.
- [71] Furutsu K. Diffusion equation derived from space-time transport equation in anisotropic media. // *J. Math. Phys.*, 1980, v. 21, № 4, p. 765–777.
- [72] Furutsu K., Yamada Y. Diffusion approximation for a dissipative random medium and the applications. // *Phys. Rev. E.*, 1994, v. 50, № 5, p. 3634–3640.
- [73] Yoo K.M., Liu F., Alfano R.R. When does the diffusion approximation fail to describe photon transport in random media? // *Phys. Rev. Lett.*, 1990, v. 64, № 22, p. 2647–2650.
- [74] Durduran T., Chance B., Yodh A.G., Boas D.A. Does the photon diffusion coefficient depend on absorption? // *J. Opt. Soc. Am. A*, 1997, v. 14, № 10, p. 3358–3365.
- [75] Haskell R.C., Swaasand L.V., Tsay T., Feng T., McAdams M.S., Tromberg B.J. Boundary conditions for the diffusion equation in radiative transfer. // *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, v. 11, № 10, p. 2727–2741.
- [76] Морс Ф.М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Том 1. // М.: ИЛ, 1958.
- [77] Морс Ф.М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Том 2. // М.: ИЛ, 1960.
- [78] Zhu J.X., Pine D.J., Weitz D.A. Internal reflection of diffuse light in random media. // *Phys. Rev. A*, 1991, v. 44, № 6, p. 3948–3959.
- [79] Patterson M.S., Chance B., Wilson B.C. Time resolved reflectance and transmittance for the noninvasive measurement of tissue optical

- properties. // *Appl. Opt.*, 1989, v. 28, № 12, p. 2331–2336.
- [80] Bicout D., Maret G. Multiple light scattering in Taylor-Couette flow. // *Physica A*, 1994, v. 210, № 1, p. 87–112.
- [81] Scheffold F., Härtl W., Maret G., Matijević E. Observation of long-range correlations in temporal intensity fluctuations of light. // *Phys. Rev. B*, 1997, v. 56, № 17, p. 10942–10952.
- [82] Ackerson B.J., Dougherty R.L., Reguigui N.M., Nobbmann U. Correlation transfer: Application of radiative transfer solution methods to photon correlation problems. // *J. Thermophys. Heat Transfer*, 1992, v. 6, № 3, p. 577–588.
- [83] Dougherty R.L., Ackerson B.J., Reguigui N.M., Dorri-Nowkoorani F., Nobbmann U. Correlation transfer: Development and application. // *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 1994, v. 52, № 4, p. 713–720.
- [84] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. // М.: Наука, 1986.
- [85] Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Том 8. Квантовая механика — I. // М.: Мир, 1966.
- [86] Фейнман Р., Хибс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. // М.: Мир, 1968.
- [87] Path integrals and their applications in quantum, statistical, and solid state physics. Eds. G.J. Papadopoulos, J.T. Devreese. // N.Y.: Plenum press, 1978.
- [88] Dashen R. Path integrals for waves in random media. // *J. Math. Phys.*, 1979, v. 20, № 5, p. 894–920.
- [89] Maret G., Wolf P.E. Multiple light scattering from disordered media. The effect of brownian motion of scatterers. // *Z. Phys. B*, 1987, v. 65, № 2–3, p. 409–413.
- [90] Pine D.J., Weitz D.A., Chaikin P.M., Herbolzheimer E. Diffusing-wave spectroscopy. // *Phys. Rev. Lett.*, 1988, v. 60, № 12, p. 1134–1137.

- [91] Bicout D., Akkermans E., Maynard R. Dynamical correlations for multiple light scattering in laminar flow. // J. Phys. I France, 1991, v. 1, № 4, p. 471–491.
- [92] Bicout D., Maynard R. Diffusing wave spectroscopy in inhomogeneous flows. // Physica A, 1993, v. 199, № 3–4, p. 387–411.
- [93] Wu X-L., Pine D.J., Chaikin P.M., Huang J.S., Weitz D.A. Diffusing-wave-spectroscopy in a shear flow. // J. Opt. Soc. Am. B, 1990, v. 7, № 1, p. 15–20.
- [94] Марчук Г.И., Михайлов Г.А., Назарлиев М.А., Дарбинджан Р.А., Каргин Б.А., Елепов Б.С. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике. // Новосибирск: Наука, 1974.
- [95] Ярославский И.В., Тучин В.В. Распространение света в многослойных рассеивающих средах. Моделирование методом Монте-Карло. // Оптика и спектроскопия, 1992, т. 72, вып. 4, с. 934–939.
- [96] Jentink H.W., de Mul F.F.M., Hermsen R.G.A.M., Graaff R., Greve J. Monte Carlo simulations of laser Doppler blood flow measurements in tissue. // Appl. Opt., 1990, v. 29, № 16, p. 2371–2381.
- [97] Feng S., Zeng F. Monte Carlo simulations of photon migration path distributions in multiple scattering media. // Proc. SPIE, 1991, v. 1888, p. 78–89.
- [98] Graaff R., Koelnik M.H., de Mul F.F.M., Zijlstra W.G., Dassel A.C.M., Aarnoudse J.G. Condensed Monte Carlo simulation for the description of light transport. // Appl. Opt., 1993, v. 32, № 4, p. 426–434.
- [99] Durian D.J. Influence of boundary reflection and refraction on diffusive photon transport. // Phys. Rev. E, 1994, v. 50, № 2, p. 857–866.
- [100] Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. Часть 1. Случайные процессы. // М.: Наука, 1976.

- [101] Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. // М.: Наука, 1981.
- [102] Bellini T., Glasser M.A., and Clark N.A., Degiorgio V. Effects of finite laser coherence in quasielastic multiple scattering. // Phys. Rev. A., 1991, v. 44, № 8, p. 5215–5223.
- [103] Bicout D.J., Maynard R. Multiple light scattering in turbulent flow. // Physica B, 1995, v. 204, № 1, p. 20–26.
- [104] Photon migration in tissue. Ed. Chance B. // N.Y.: Plenum Press, 1989.
- [105] Yodh A., Chance B. Spectroscopy and imaging with diffusing light. // Physics Today, 1995, v. 10, № 3, p. 34–40.
- [106] Selected papers on tissue optics: applications in medical diagnostics and therapy. Ed. Tuchin V.V. // Bellingham: SPIE Milestone Series, v. MS 102, 1994.
- [107] Weitz D.A., Pine D.J., Pusey P.N., Tough R.J.A. Nondiffusive brownian motion studied by diffusing-wave spectroscopy. // Phys. Rev. Lett., 1989, v. 63, № 16, p. 1747–1750.
- [108] Kao M.H., Yodh A.G., Pine D.J. Observation of Brownian motion on the time scale of hydrodynamic interactions. // Phys. Rev. Lett., 1993, v. 70, № 2, p. 242–245.
- [109] Leutz W., Maret G. Ultrasonic modulation of multiply scattered light. // Physica B, 1995, v. 204, № 1, p. 14–19.
- [110] MacKintosh F.C., John S. Diffusing-wave spectroscopy and multiple scattering of light in correlated random media. // Phys. Rev. B, 1989, v. 40, № 4, p. 2383–2406.
- [111] Fraden S., Maret G. Multiple light scattering from concentrated interacting suspensions. // Phys. Rev. Lett., 1990, v. 65, № 4, p. 512–515.
- [112] Qiu X., Wu X.L., Xue J.Z., Pine D.J., Weitz D.A., Chaikin P.M.

- Hydrodynamic interactions in concentrated suspensions. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, v. 65, № 4, p. 516–519.
- [113] Horne D.S., Davidson C.M. Application of diffusing-wave spectroscopy to particle sizing in concentrated dispersions. // *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 1993, v. 77, № 1, p. 1–8.
- [114] Nägele G. On the dynamics and structure of charge-stabilized suspensions. // *Phys. Rep.*, 1996, v. 272, № 5,6, p. 215–372.
- [115] Zahn K., Méndez-Alcaraz J.M., Maret G. Hydrodynamic interaction may enhance the self-diffusion of colloidal particles. // *Phys. Rev. Lett.*, 1997, v. 79, № 1, p. 175–178.
- [116] Durian D.J., Weitz D.A., Pine D.J. Multiple light-scattering probes of foam structure and dynamics. // *Science*, 1991, v. 252, № 5006, p. 686–688.
- [117] Hoballah H., Höhler H., Cohen-Addad S. Time evolution of the elastic properties of aqueous foam. // *J. Phys. II France*, 1997, v. 7, № 9, p. 1215–1224.
- [118] Höhler H., Cohen-Addad S., Hoballah H. Periodic nonlinear bubble motion in aqueous foam under oscillating shear strain. // *Phys. Rev. Lett.*, 1997, v. 79, № 6, p. 1154–1157.
- [119] Cohen-Addad S., Hoballah H., Höhler R. Viscoelastic response of a coarsening foam. // *Phys. Rev. E*, 1998, to be published.
- [120] Feng S., Kane C., Lee P.A., Stone A.D. Correlations and fluctuations of coherent wave transmission through disordered media. // *Phys. Rev. Lett.*, 1988, v. 61, № 7, p. 834–837.
- [121] Berkovits R., Feng S. Correlations in coherent multiple scattering. // *Physics Reports*, 1994, v. 238, № 3, p. 135–172.
- [122] Stephen M.J., Cwilich G. Intensity correlation function and fluctuations in light scattered from a random medium. // *Phys. Rev.*

- Lett., 1987, v. 59, № 3, p. 285–287.
- [123] Scheffold F., Härtl W., Maret G., Matijević E. Dynamic long-range speckle correlations. // 17<sup>th</sup> General Conference of the Condensed Matter Division, European Physical Society & 6<sup>emes</sup> Journées de la Matière Condensée, Société Française de Physique (Grenoble, France, August 25–29, 1998).
- [124] Stark H., Lubensky T.C. Multiple light scattering in nematic liquid crystals. // Phys. Rev. Lett., 1996, v. 77, № 11, p. 2229–2232.
- [125] Stark H., Lubensky T.C. Multiple light scattering in anisotropic random media. // Phys. Rev. E, 1997, v. 55, № 1, p. 514–533.
- [126] Stark H., Kao M.H., Jester K.A., Lubensky T.C., Yodh A.G., Collings P.J. Light diffusion and diffusing-wave spectroscopy in nematic liquid crystals. // J. Opt. Soc. Am. A, 1997, v. 14, № 1, p. 156–178.
- [127] Heiderich A., Maynard R., Van Tiggelen B.A. Multiple light scattering in ordered nematic liquid crystals. // J. Phys. II France, 1997, v. 7, № 5, p. 765–792.
- [128] Stark H. Radiative transfer theory and diffusion of light in nematic liquid crystals. // Mol. Cryst. Liq. Cryst., 1998, to be published.
- [129] Boas D.A., Campbell L.E. and Yodh A.G. Scattering and imaging with diffusing temporal field correlations. // Phys. Rev. Lett., 1995, v. 75, № 9, p. 1855–1858.
- [130] Boas D.A., Meglinsky I.V., Zemaný L., Campbell L.E., Chance B., Yodh A.G. Diffusion of temporal field correlation with selected applications. // In: Coherence-domain methods in biomedical optics. Ed. Tuchin V.V., Proc. SPIE, 1996, v. 2732, p. 34–46.
- [131] Boas D.A. Diffuse photon probes of structural and dynamical properties of turbid media: theory and biomedical applications. Ph.D. dissertation in physics. // Pennsylvania, USA, 1996 (<http://dpdw.eotc.tufts.edu/boas/Publications/Dissertation/diss.html>).

- [132] Boas D.A., Yodh A.G. Spatially varying dynamical properties of turbid media probed with diffusing temporal light correlation. // J. Opt. Soc. Am. A, 1997, v. 14, № 1, p. 192–215.
- [133] Boas D.A., Bizheva K.K., Siegel A.M. Using dynamic low coherence domain interferometry to image Brownian motion within highly scattering media. // Opt. Lett., 1998, v. 23, № 2, p. 319–321.
- [134] Heckmeier M., Maret G. Visualization of flow in multiple scattering liquids. // Europhys. Lett., 1996, v. 34, № 3, p. 257–262.
- [135] Heckmeier M., Maret G. Static imaging of dynamic fluctuations in multiple light scattering media. // Opt. Commun., 1998, v. 148, № 1–3, p. 1–5.
- [136] Heckmeier M. Vielfachstreuung von licht in dynamisch heterogenen und optisch anisotropen medien. // Konstanz, Germany: Hartung-Gorre-Verlag, 1998.
- [137] Меглинский И.В., Боас Д.А., Йод А.Г., Чанс Б., Тучин В.В. Развитие метода корреляции флуктуаций интенсивности для неинвазивного мониторинга и измерения параметров кровотока. // Изв. ВУЗов, сер. ПНД, 1996, т. 4, № 6, с. 65–75.
- [138] Меглинский И.В. Экспериментальное обоснование применения метода лазерной корреляционной спектроскопии для исследований биотканей *in vivo*. Дисс. к.ф.-м.н. // Саратов, Россия, 1997.
- [139] Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике. // М.: Издательство МГУ, 1993.
- [140] Джексон Дж. Классическая электродинамика. // М.: Мир, 1965.
- [141] Kuzmin V.L., Romanov V.P. Multiply scattered light correlations in an expanded temporal range. // Phys. Rev. E, 1997, v. 56, № 5, p. 6008–6019.
- [142] O’Leary M.A., Boas D.A., Chance B., Yodh A.G. Refraction of diffuse photon density waves. // Phys. Rev. Lett., 1992, v. 69, № 18, p. 2658–

2661.

- [143] Den Outer P.N., Nieuwenhuizen Th.M., Lagendijk A. Location of objects in multiple-scattering media. // J. Opt. Soc. Am. A, 1993, v. 10, № 6, p. 1209–1218.
- [144] Boas D.A., O’Leary M.A., Chance B., Yodh A.G. Scattering and wavelength transduction of diffuse photon density waves // Phys. Rev. E, 1993, v. 47, № 5, p. R2999–R3002.
- [145] Boas D.A., O’Leary M.A., Chance B., Yodh A.G. Scattering of diffuse photon density waves by spherical inhomogeneties within turbid media: analytic solution and applications. // Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 1994, v. 91, p. 4887–4891.
- [146] Wang L., Jacques S.L. Monte Carlo modelling of light transport in multi-layered tissues in standard C. // Univ. of Texas, M.P. Anderson Cancer Center, 1992–1998 (<ftp://ftp.osa.org/BioOptic/PDFS/WANG/WANG.htm>).
- [147] O’Leary M.A., Boas D.A., Chance B., Yodh A.G. Images of inhomogeneous turbid media using diffuse photon density waves. // In: OSA proceedings on advances in optical imaging and photon migration. Ed. Alfano R.R., OSA, 1994, p. 106–115.
- [148] O’Leary M.A., Boas D.A., Chance B., Yodh A.G. Experimental images of heterogeneous turbid media by frequency-domain diffusing-photon tomography. // Opt. Lett., 1995, v. 20, № 5, p. 426–428.
- [149] Schotland J.C. Continuous-wave diffusion imaging. // J. Opt. Soc. Am. A, 1997, v. 14, № 1, p. 275–279.
- [150] Yao Y., Wang Y., Pei Y., Zhu W., Barbour R.L. Frequency-domain optical imaging of absorption and scattering distributions using a born iterative method. // J. Opt. Soc. Am. A, 1997, v. 14, № 1, p. 325–342.
- [151] Hebden J.C., Delpy D.T. Enhanced time-resolved imaging with a diffusion model of photon transport. // Opt. Lett., 1997, v. 19, № 2,

p. 311–313.

- [152] Matson C.L. A diffraction tomographic model of the forward problem using diffuse photon density waves. // *Optics Express*, 1997, v. 1, № 1, p. 6–12 (<http://epubs.osa.org/opticsexpress/>).
- [153] Boas D.A. A fundamental limitation of linearized algorithms for diffuse optical tomography. // *Optics Express*, 1997, v. 1, № 13, p. 404–413 (<http://epubs.osa.org/opticsexpress/>).
- [154] Cheng X., Boas D. Diffuse optical tomography using continuous wave illumination. // *Optics Express*, 1998, v. 3, № 3, p. 118–123 (<http://epubs.osa.org/opticsexpress/>).
- [155] Walker S.A., Boas D.A., Gratton E. Photon density waves scattered from cylindrical inhomogeneities: theory and experiments. // *Appl. Opt.*, 1998, v. 37, № 10, p. 1935–1944.
- [156] Эшкин А. Давление лазерного излучения. // *УФН*, 1973, т. 110, вып. 1, с. 101–114.
- [157] Захаров С.Д., Земсков К.И., Казарян М.А., Коротков Н.П. Применение светоиндуцированного движения частиц в пучке лазера на парах меди. // *Известия РАН. Сер. физ.*, 1992, т. 56, № 4, с. 182–187.
- [158] Захаров С.Д., Казарян М.А., Коротков Н.П. Ударный разгон частиц в поле лазерного излучения. // *Письма в ЖЭТФ*, 1994, т. 60, вып. 5, с. 317–319.
- [159] Kazaryan M.A., Korotkov N.P., Zakharov S.D. Hydrodynamic flows in suspensions caused by powerful pulse-periodic light beams. // *Physica Scripta*, 1995, v. 52, № 5, p. 678–679.
- [160] Лебедев П.Н. Опытное исследование светового давления. // В кн. Лебедев П.Н. *Собрание сочинений*. М.: Наука, 1963.
- [161] Аскарьян Г.А. Движение частиц в луче лазера. // *УФН*, 1973, т. 110, вып. 1, с. 115–116.

- [162] Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. // М.: Физматгиз, 1962.
- [163] Schmitt J.M., Gandjbakhche A.H., Bonnar R.F. Use of polarized light to discriminate short-path photons in a multiply scattering medium. // *Appl. Opt.*, 1992, v. 31, № 10, p. 6535–6546.
- [164] Xue J.-Z., Pine D.J., Milner S.T., Wu X.-L., Chaikin P.M. Nonergodicity and light scattering from polymer gels. // *Phys. Rev. A.*, 1992, v. 46, № 10, p. 6550–6563.

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

---

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

*На правах рукописи*

СКИПЕТРОВ СЕРГЕЙ ЕВГЕНЬЕВИЧ

**ДИФФУЗИОННО-ВОЛНОВАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ  
В СРЕДАХ С ПРОСТРАНСТВЕННО НЕОДНОРОДНОЙ  
ДИНАМИКОЙ РАССЕЙВАТЕЛЕЙ**

Специальность 01.04.21 — лазерная физика

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва — 1998

Работа выполнена на кафедре общей физики и волновых процессов физического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук  
доцент С.С. Чесноков

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук  
профессор Ю.А. Кравцов

доктор физико-математических наук  
профессор А.Н. Васильев

Ведущая организация: Саратовский государственный университет  
им. Н.Г. Чернышевского

Защита состоится “\_\_\_\_\_” \_\_\_\_\_ 1998 г. на заседании диссертационного совета К 053.05.21 отделения радиофизики физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова по адресу: 119899 Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, ул. Хохлова 1, корпус нелинейной оптики, конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова и в сети Интернет по адресу <http://www.ilc.msu.su/~skipetr/> .

Автореферат разослан “\_\_\_\_\_” \_\_\_\_\_ 1998 г.

Ученый секретарь диссертационного совета  
К 053.05.21 отделения радиофизики  
физического факультета  
МГУ им. М.В. Ломоносова  
кандидат физико-математических наук  
доцент

М.С. Полякова

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы исследования.** Одной из актуальных задач современной лазерной физики является изучение многократного рассеяния когерентного оптического излучения в случайно-неоднородных мутных средах. В последнее время интерес к этой области исследований значительно повысился в связи с возрастающим значением методов лазерной диагностики в медицинских и промышленных приложениях.

Уже сравнительно давно известны методы оптической диагностики случайно-неоднородных мутных сред, основанные на анализе однократно рассеянного излучения. Эти методы к настоящему моменту достаточно хорошо развиты и с успехом применяются, например, для диагностики биологических сред. В средах с высокой концентрацией рассеивающих центров, однако, интенсивность однократно рассеянного излучения оказывается слишком низкой, либо слишком сложным оказывается извлечение интересующей исследователя информации о среде из характеристик этого излучения. В такой ситуации целесообразным оказывается анализ многократно рассеянного излучения.

Одной из наиболее перспективных методик, предназначенных для оптической диагностики многократно рассеивающих свет случайно-неоднородных сред, является так называемая диффузионно-волновая спектроскопия (ДВС). Применяющий ДВС исследователь измеряет временную автокорреляционную функцию  $G_1(t, \tau) = \langle E(t)E^*(t + \tau) \rangle$  поля многократно рассеянной в образце случайно-неоднородной мутной среды световой волны, производит интерпретацию полученных в различных условиях зависимостей  $G_1(t, \tau)$  на основе соответствующей теоретической модели и, наконец, делает выводы об интересующих его характеристиках среды (таких, например, как средний размер рассеивающих свет частиц, их распределение по размерам, характерные скорости движения и т.п.). Разработка теоретической модели, адекватно описывающей конкретную экспериментальную ситуацию, является одним из наиболее важных этапов описанной процедуры.

К началу выполнения настоящей работы теоретические основы диффузионно-волновой спектроскопии случайно-неоднородных сред были достаточно хорошо проработаны и проверены экспериментально только в условиях *макроскопически однородных* сред, т.е. сред, в которых характеристики рассеивающих свет частиц и характер их движения неизменны во всем объеме. Поэтому методика ДВС могла успешно применяться

только при условии, что имеется возможность получения более или менее однородного образца среды. Вместе с тем, во многих случаях желательным оказывается проведение диагностики сред с пространственно неоднородной динамикой рассеивателей, т.е. сред, разные области которых либо состоят из различных частиц, либо содержат одинаковые частицы, характер движения которых различен. Такая “сложная” геометрия образца может быть как задана самой природой (например, при диагностике кровотока в сосудах, скрытых под слоем кожи, который, в свою очередь, сам имеет сложную структуру), так и возникать в среде под действием лазерного излучения вследствие ускорения частиц среды в световом поле. В этом случае представляет интерес не только спектроскопия составляющих среду частиц, но и выяснение макроскопической структуры среды: локализация макроскопических включений, визуализация потоков и т.п.

**Цель работы.** Общая задача настоящей работы состояла в теоретическом обосновании методики диффузионно-волновой спектроскопии в средах с *пространственно неоднородной динамикой рассеивателей*. Для решения этой задачи было предусмотрено выполнение теоретического анализа временной автокорреляционной функции когерентного лазерного излучения, многократно рассеянного в случайно-неоднородной мутной среде с пространственно неоднородной динамикой рассеивателей; проведение сравнения теоретических результатов с экспериментальными; предсказание новых эффектов, следующих из теоретической модели, но пока не обнаруженных экспериментально.

Конкретные задачи исследования включали в себя:

1. Построение теоретической модели динамического рассеяния света в многослойной случайно-неоднородной среде, в пределах каждого из слоев которой рассеяние является существенно многократным, и анализ корреляционных свойств рассеянного излучения на основе этой модели. Целью такого анализа являлось изучение влияния макроскопической неоднородности среды на корреляционные свойства многократно рассеянного света.
2. Разработка и анализ теоретической модели, описывающей временную корреляцию лазерного излучения, многократно рассеянного в случайно-неоднородной мутной среде с локализованным в пространстве потоком рассеивателей; сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными других научных групп для выяснения адекватности модели реальным физическим процессам,

происходящим в условиях многократного рассеяния.

3. Изучение возможности локализации и диагностики макроскопических неоднородностей, скрытых в толще образца и отличающихся от окружающей их случайно-неоднородной среды только динамикой составляющих их частиц (“динамических” неоднородностей); определение максимальной достижимой точности в определении размера и положения динамических неоднородностей методами диффузионно-волновой спектроскопии.
4. Теоретический анализ динамического многократного рассеяния света при наличии в среде индуцированных лазерным излучением потоков. Целью анализа являлась разработка модификации метода диффузионно-волновой спектроскопии, предназначенной для изучения эффектов лазерного ускорения микрочастиц в концентрированных суспензиях.
5. Выяснение роли эффектов лазерного ускорения микрочастиц в экспериментах по динамическому многократному рассеянию света; т.е. анализ многократного рассеяния лазерного излучения на им же самим индуцированном потоке рассеивателей.

**Научная новизна и положения, выносимые на защиту.** В настоящей работе впервые проведено теоретическое исследование временной автокорреляционной функции поля когерентного лазерного излучения, многократно рассеянного в случайно-неоднородной мутной среде с пространственно неоднородной динамикой рассеивателей. На защиту выносятся следующие положения:

1. Временная корреляция света, многократно рассеянного в случайно-неоднородной мутной среде с макроскопически неоднородной динамикой рассеивателей (в том числе, при наличии в среде локализованных в пространстве потоков рассеивателей), с достаточной точностью описывается обоснованной автором диффузионной моделью в случаях, когда роль рассеяния низких порядков мала.
2. Предложенная теоретическая модель и полученные на ее основе аналитические выражения позволяют рассчитать временную автокорреляционную функцию излучения, многократно рассеянного в многослойной случайно-неоднородной мутной среде, состоящей из произвольного числа слоев.
3. Методы диффузионно-волновой спектроскопии применимы для локализации и диагностики макроскопических динамически неодно-

родных областей в толще случайно-неоднородных мутных сред (в том числе, для визуализации потоков). В условиях типичных экспериментов анализ временной корреляции диффузно отраженного света позволяет получать информацию о неоднородной области до тех пор, пока она расположена не далее, чем на расстоянии  $15 \div 20$  транспортных длин свободного пробега фотона  $\ell^*$  от границы среды; геометрические размеры и положение динамически неоднородной области могут быть определены с точностью  $(1 \div 5)\ell^*$ . В случае направленных потоков рассеивателей методы диффузионно-волновой спектроскопии достаточно чувствительны даже при скоростях потока, составляющих несколько мм/с.

4. Предложенная и теоретически обоснованная автором модификация метода диффузионно-волновой спектроскопии открывает новые возможности для изучения эффектов лазерного ускорения микрочастиц в концентрированных суспензиях. При этом средняя скорость  $v$  частиц в светоиндуцированном потоке может быть определена на основе анализа наклона временной автокорреляционной функции поля  $G_1(\tau)$  многократно рассеянного в суспензии зондирующего излучения при малых  $\tau$  ( $\tau < 1$  мкс для  $1 \leq v \leq 100$  м/с в водных суспензиях полистироловых сфер) или путем анализа асимптотики  $G_1(\tau)$  при больших  $\tau$  ( $\tau > 5$  мкс для  $1 \leq v \leq 100$  м/с).
5. Ускорение частиц в когерентном световом пучке, сфокусированном на границу непоглощающей излучение концентрированной суспензии рассеивающих частиц субмикронного размера, оказывает существенное влияние на временную когерентность многократно рассеянного излучения, если мощность пучка превышает  $1 \div 10$  Вт. Направленное движение рассеивающих центров, возникающее под действием лазерного излучения, приводит к уменьшению времени когерентности этого излучения в результате его многократного рассеяния в суспензии. Эффект описывается полученными в диссертации аналитическими выражениями для временной автокорреляционной функции рассеянного света.

#### **Практическая ценность результатов диссертации:**

1. Результаты исследований многократного рассеяния света в случайно-неоднородных средах с локализованными в пространстве потоками рассеивателей применимы при разработке методов *in vivo* диагностики кровотока в крупных сосудах и капиллярах.

2. Результаты, касающиеся рассеяния света в многослойных средах, могут быть использованы при разработке оптических методов медицинской диагностики (например, при разработке методов диагностики ожогов).
3. Предложенная в работе модификация метода диффузионно-волновой спектроскопии, предназначенная для изучения эффектов лазерного ускорения микрочастиц в концентрированных суспензиях, может быть использована для измерения скоростей движения ускоренных лазерным излучением частиц. Полученная таким образом информация представляет интерес при изучении механизмов лазерного ускорения микрочастиц в суспензиях.
4. На основе проведенного в работе анализа роли эффектов лазерного ускорения микрочастиц в условиях многократного рассеяния излучения в суспензии установлено, что рамки применимости известной на сегодня теоретической модели ДВС ограничены ситуациями, когда мощность сфокусированного лазерного пучка, падающего на среду, не превышает величину порядка  $1 \div 10$  Вт. При бóльших мощностях необходимо принимать во внимание ускорение частиц среды под действием лазерного излучения.

**Апробация работы.** Изложенные в диссертации результаты докладывались и обсуждались на Международной конференции студентов и аспирантов по фундаментальным наукам “Ломоносов-97” (Москва, Россия, 1997 г.), Второй международной конференции “Новые лазерные технологии и применения лазеров” (Олимпия, Греция, 1997 г.), IV Симпозиуме “Оптика атмосферы и океана” (Томск, Россия, 1997 г.), Молодежной научной школе по оптике, лазерной физике и оптоэлектронике “Проблемы оптической физики” (Саратов, Россия, 1997 г.), Школе НАТО “Диффузионные волны в сложных средах” (Лезуш, Франция, 1998 г.), Международной конференции “Математические методы в электромагнитной теории” (ММЕТ’98) (Харьков, Украина, 1998 г.), XVI Международной конференции по когерентной и нелинейной оптике (ICONO’98) (Москва, Россия, 1998 г.), Международной конференции по биомедицинской оптике “BiOS Europe’98. The European Biomedical Optics Week” (Стокгольм, Швеция, 1998 г.), Международном междисциплинарном научном семинаре и осенней школе молодых ученых “Методы светорассеяния в механике, биомедицине и материаловедении” (Саратов, Россия, 1998 г.). Кроме того, часть результатов докладывалась автором на объединенном семинаре ка-

федры общей физики и волновых процессов физического факультета МГУ и Международного учебно-научного лазерного центра МГУ, на семинаре Оптического отдела ФИАН им. П.Н. Лебедева, на семинаре ФУНЦ “Фундаментальная оптика и спектроскопия”.

**Публикации.** Результаты диссертации опубликованы в 18 печатных работах, список которых приведен в конце автореферата.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, выводов, приложений и списка литературы. Первая глава содержит обзор литературы по теме исследования, а в главах со второй по четвертую излагаются оригинальные результаты, полученные автором. Объем диссертации — 153 страницы, включая 24 рисунка, оглавление и список литературы, состоящий из 164 наименований.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертации, формулируются цели работы и конкретные задачи исследования. Кроме того, отмечается научная новизна и практическая ценность результатов диссертационной работы, формулируются выносимые на защиту положения.

В **первой главе** представлен обзор литературы по теме исследования. В первой части первой главы описываются основные методы расчета статистических характеристик оптических волн в условиях многократного рассеяния, а именно, метод диаграмм, метод уравнения переноса излучения (УПИ) и метод интегралов по траекториям. Приводятся наиболее важные результаты, полученные каждым из этих методов, а также обсуждаются достоинства и недостатки различных подходов к задаче многократного рассеяния.

Вторая часть первой главы посвящена основам диффузионно-волновой спектроскопии (ДВС). Кратко описываются первые эксперименты и приводятся теоретические результаты, на которых основывается методика ДВС. Дается обзор результатов по применению ДВС в средах с броуновским, направленным ламинарным и турбулентным движением рассеивающих центров. Кроме того, указываются возможности применения ДВС как в научных исследованиях, так и в медицинских и промышленных приложениях. Наконец, кратко описываются современные тенденции развития ДВС (ДВС с учетом дальних корреляций интенсивности рассеянного света, ДВС оптически анизотропных сред, ДВС сред с пространственно неоднородной динамикой рассеивателей).

Во **второй главе** рассматривается динамическое многократное рассеяние света в многослойных мутных средах. Структурно, глава состоит из трех частей. В первой части проводится теоретическое обоснование диффузионной модели для описания временной автокорреляционной функции многократно рассеянного излучения  $G_1(\mathbf{r}, \tau) = \langle E(\mathbf{r}, t) E^*(\mathbf{r}, t + \tau) \rangle$ . Показано, что если рассеяние в среде значительно превалирует над поглощением ( $\mu'_s \gg \mu_a$ ,  $\mu'_s$  — приведенный (редуцированный) коэффициент рассеяния,  $\mu_a$  — коэффициент поглощения) и при условии  $\lambda \ll \ell^* \ll L$  ( $\lambda$  — длина волны излучения,  $\ell^* = 1/\mu'_s$  — транспортная длина свободного пробега фотона в среде,  $L$  — размер образца мутной среды),  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$  на границе среды может быть найдена как решение уравнения диффузии

$$[\nabla^2 - \alpha^2(\tau)] G_1(\mathbf{r}, \tau) = -\frac{cS_0(\mathbf{r})}{D_p}, \quad (1)$$

где в случае броуновского движения рассеивателей  $\alpha^2(\tau) = 3\mu_a/\ell^* + 3\tau/(2\tau_0\ell^{*2})$ ,  $\tau_0 = (4k^2D_B)^{-1}$ ,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $D_B$  — коэффициент диффузии рассеивающих центров.  $S_0(\mathbf{r})$  в уравнении (1) описывает распределение источников излучения в среде, а  $D_p = c\ell^*/3$  — это коэффициент диффузии света ( $c$  — скорость света в среде). Уравнение (1) получается из уравнения переноса для  $G_1$  с использованием диффузионного приближения и дополнительного условия  $\tau \ll \tau_0$ .

Для нахождения  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$  в макроскопически однородной среде уравнение (1) должно быть дополнено условием на границе среды  $S$ :

$$G_1(\mathbf{r}, \tau) - \Delta \cdot \ell^* (\hat{n} \cdot \nabla G_1(\mathbf{r}, \tau)) = 0, \quad (2)$$

где  $\Delta$  — константа порядка единицы, зависящая от условий рассеяния вблизи границы среды, а  $\hat{n}$  — единичная внутренняя нормаль к поверхности  $S$ .

В динамически неоднородной среде (т.е. в среде, состоящей из  $N$  областей, внутри каждой из которых динамика рассеивателей макроскопически однородна) для расчета  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$  также можно использовать уравнение (1) с условиями

$$G_1^{(n)}(\mathbf{r}, \tau) = G_1^{(m)}(\mathbf{r}, \tau), \quad (3)$$

$$D_p^{(n)} (\hat{n}_{n,m} \cdot \nabla G_1^{(n)}(\mathbf{r}, \tau)) = D_p^{(m)} (\hat{n}_{n,m} \cdot \nabla G_1^{(m)}(\mathbf{r}, \tau)), \quad (4)$$

на границах  $S_{n,m}$  между областями  $n, m$  ( $n, m = 1, \dots, N$ ). В выражениях (3, 4)  $G_1^{(n)}(\mathbf{r}, \tau)$  — это решение уравнения (1) а  $D_p^{(n)}$  — коэффициент

диффузии света в пределах области  $n$ ;  $\hat{n}_{n,m}$  — единичная нормаль к поверхности  $S_{n,m}$ .

Во второй части второй главы диссертации проводится теоретический расчет временной автокорреляционной функции когерентного оптического излучения, многократно рассеянного в многослойной мутной среде, динамика рассеивателей в которой макроскопически однородна в пределах каждого из слоев, но может меняться от слоя к слою. Приводится вывод общих аналитических выражений для корреляционных функций диффузно отраженного и прошедшего через среду света, справедливых при любом числе слоев. Более подробно рассматриваются случаи двухслойной и трехслойной сред.

Интересно отметить, что автокорреляционная функция света, диффузно отраженного от двухслойной полубесконечной среды ( $L \rightarrow \infty$ ), при условии, что рассеиватели в первом слое ширины  $\Delta_1 < \infty$  неподвижны ( $\alpha_1 = 0$ ,  $\tau_0^{(1)} \rightarrow \infty$ ), а второй слой занимает область  $z > \Delta_1$ , т.е. имеет бесконечно большую ширину ( $\Delta_2 \rightarrow \infty$ ), не убывает при  $\tau \rightarrow \infty$  до нуля, а стремится к конечному пределу, пропорциональному в отсутствие поглощения  $[1 - \ell^{*(1)}/\Delta_1] \neq 0$ , не зависящему от свойств среды во втором слое и определяемому только толщиной первого слоя, измеренной в единицах  $\ell^{*(1)}$ . Здесь  $\alpha_n = 3\tau/(2\tau_0^{(n)}\ell^{*(n)2})$ ,  $\tau_0^{(n)} = (4k^2 D_B^{(n)})^{-1}$ ,  $D_B^{(n)} = c\ell^{*(n)2}/3$  — коэффициенты диффузии частиц в первом и втором слоях, соответственно ( $n = 1,2$ ).

В качестве примера использования формул, соответствующих трехслойной среде, рассматривается влияние динамически неоднородного слоя, помещенного в макроскопически однородную среду, на временную корреляцию рассеянного излучения. Анализ приводит к выводу о том, что слой оказывает максимальное влияние на корреляционную функцию прошедшего через среду света, если он помещен в середину среды. В диффузно отраженном свете влияние слоя тем больше, чем ближе к границе среды он расположен. В условиях типичных экспериментов это влияние становится незначительным, когда слой удален от границы среды на расстояние, превышающее  $(15 \div 20)\ell^*$ .

Далее, исследуется влияние пространственно неоднородного распределения коэффициента поглощения света на корреляционные свойства рассеянного света. Такое исследование выявляет, что для образца, в котором имеется всего одна неоднородная область, отличающаяся от остальной среды как динамикой рассеивателей, так и коэффициентом погло-

щения света, ненормированные временные автокорреляционные функции рассеянного света  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$ , измеренные в различных точках пространства  $\mathbf{r}$ , должны пересечься при  $\tau = \tau_1$ , определяемом только характеристиками среды внутри и вне неоднородной области, но не ее положением, формой или размером.

В третьей части второй главы приводятся результаты моделирования динамического многократного рассеяния света в мутной среде методом Монте-Карло. В соответствии с концепцией интегралов по траекториям, рассеяние излучения в среде моделируется как распространение большого числа фотонов по всевозможным траекториям, представляющим из себя ломаные линии, в вершинах которых расположены рассеивающие центры. Вероятность того, что направление движения фотона при его “столкновении” с рассеивающим центром, изменится на угол  $\theta$ , определяется фазовой функцией  $p(\theta)$ , в качестве примера которой в диссертации рассмотрена функция Хени-Гринштейна, описанная в приложении А. Сравнение результатов численного моделирования с аналитическими приводит к заключению о том, что диффузионное приближение дает достаточно точные результаты для временной автокорреляционной функции рассеянного света только в тех случаях, когда роль рассеяния низких порядков пренебрежимо мала.

В **третьей главе** диссертации исследуются возможности локализации и диагностики динамических неоднородностей в мутных средах методами ДВС. В начале главы проводится обобщение диффузионного уравнения для  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$  на случай направленного ламинарного движения рассеивающих центров в среде. В этом случае  $G_1$  также описывается уравнением (1), однако теперь коэффициент  $\alpha^2(\tau)$  в области потока дается выражением

$$\alpha^2(\tau) = \frac{3\mu_a}{\ell^*} + \frac{3\tau}{2\tau_0\ell^{*2}} + 6 \left( \frac{\tau}{\tau_f\ell^*} \right)^2, \quad (5)$$

где первые два слагаемых, как и раньше, описывают влияние поглощения излучения и броуновского движения рассеивателей на  $G_1$ , а последнее слагаемое не равно нулю только при наличии в среде направленных потоков. Характерное время  $\tau_f$  выражается через эффективный градиент скорости потока  $\Gamma_{eff}$ :  $\tau_f = \sqrt{30}/(k\ell^*\Gamma_{eff})$ , а последний, в свою очередь, может быть приближенно заменен среднеквадратичным градиентом скорости:  $\Gamma_{eff} \simeq \langle (\nabla \mathbf{v}(\mathbf{r}))^2 \rangle^{1/2}$ . При этом неявно предполагается, что регистрируемым детектирующим устройством фотоны претерпевают внутри области

потока достаточно большое число актов рассеяния и, поэтому, не чувствительны к конкретному виду  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ . Допустимость такого приближения обусловлена условием  $d \gg \ell^*$ . При выводе уравнения (1) предполагается, что временная задержка  $\tau$  достаточно мала (а именно, что  $\tau \ll \tau_f, \tau_0$ ).

Далее в третьей главе рассматривается случай, когда ламинарный поток имеется в цилиндрической области (капилляре) диаметра  $d = 2a \gg \ell^*$ , расположенной внутри полубесконечной случайно-неоднородной среды на расстоянии  $z > \ell^*$  от ее границы. В этом случае диффузионное приближение для  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$  можно применять как вне, так и внутри капилляра, а профиль скорости потока  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  с достаточной точностью можно считать параболическим. Тогда  $\tau_f = \sqrt{15}a / (2k\ell^* \langle v \rangle)$ , где  $\langle v \rangle$  — средняя скорость рассеивателей в потоке. Далее, временная автокорреляционная функция диффузно отраженного света находится как решение уравнения (1) с граничными условиями (2) на границе среды (в плоскости  $z = 0$ ) и (3, 4) — на поверхности капилляра для случаев, когда образец освещается плоской волной (I) и когда на его поверхности имеется точечный источник излучения (II). В обоих случаях считается, что падающее на среду лазерное излучение преобразуется в диффузное на расстоянии  $z_0 \simeq \ell^*$  от границы среды, а граничное условие (2) приближенно заменяется нулевым условием для  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$  на так называемой экстраполированной границе (в плоскости  $z = -z_1 = -\Delta \cdot \ell^*$ ).

Полученные аналитические выражения анализируются путем их сравнения с экспериментальными данными двух различных научных групп, полученными в экспериментах с потоками водных суспензий полистироловых шариков микронного и субмикронного размеров в кювете, заполненной той же самой суспензией (I) и в образце, представляющем из себя взвесь частиц рутила  $\text{TiO}_2$  в смоле (II). Подробное описание условий проведения экспериментов дается в приложениях Б и В.

Теоретические и экспериментальные результаты хорошо согласуются друг с другом, однако в некоторых ситуациях обнаруживается существенное расхождение между теорией и экспериментом. Такое расхождение выявлено, например, при слишком больших скоростях потока  $\langle v \rangle$ , когда время  $\tau_f$  становится слишком малым, и нарушается условие  $\tau \ll \tau_f$ ; когда поперечный размер лазерного пучка в эксперименте недостаточно велик для того, чтобы результаты проведенных экспериментов можно было интерпретировать на основе теоретической модели, развитой для плоской волны; а также при больших  $\tau$ , когда становятся существенными конеч-

ная длина когерентности лазерного источника излучения, шумы детектирующей аппаратуры и т.п. Несмотря на все перечисленные факторы, которые могут приводить к рассогласованию экспериментальных данных с теорией, рассматриваемая теоретическая модель дает возможность надежно интерпретировать результаты измерений, что позволяет оценивать характеристики рассеивающих свет частиц и определять размер капилляра с точностью  $(1 \div 5)\ell^*$  до тех пор, пока он расположен не далее, чем на расстоянии  $(15 \div 20)\ell^*$  от границы среды.

Наконец, в последнем разделе третьей главы демонстрируется возможность использования методики ДВС для изучения различных типов динамики рассеивающих центров в случайно-неоднородной среде (броуновское движение, ламинарный и турбулентный потоки). Благодаря тому, что различные типы движения приводят к различным типам зависимости временной автокорреляционной функции рассеянного излучения от  $\tau$ , оказывается возможным определять преобладающий тип движения рассеивателей на основе измерений  $G_1(\tau)$ .

**Четвертая глава** диссертации посвящена теоретическому анализу динамического многократного рассеяния света в условиях светоиндуцированного движения рассеивателей. В начале главы дается краткий обзор механизмов, которые могут приводить к ускорению взвешенных в жидкости или газе частиц под действием мощного лазерного излучения (давление света, градиентная сила, конвекционное увлечение, радиометрическое и светореактивное давление).

Основное содержание четвертой главы делится на две части. В первой части исследуются возможности диагностики светоиндуцированного движения частиц в концентрированных суспензиях методами ДВС. В предположении, что светоиндуцированный поток создается только в узкой цилиндрической области диаметра  $d < \ell^*$ , рассчитывается временная автокорреляционная функция многократно рассеянного света. При этом считается, что ускорение частиц и диагностика их движения производятся двумя различными лазерными пучками — ускоряющим и зондирующим. Анализ производится в приближении многократного рассеяния света во всей среде, кроме области потока, и однократного рассеяния на ускоренных лазерным излучением частицах.

Расчет показывает, что автокорреляционная функция  $G_1(\tau)$  рассеянного излучения чувствительна к скорости  $v$  светоиндуцированного потока в широких пределах изменения последней. Предлагается два способа

определения  $v$ : по наклону кривой  $G_1(\tau)$  при малых временных задержках  $\tau$  ( $\tau < 1$  мкс для  $1 \leq v \leq 100$  м/с в типичных водных суспензиях полистироловых сфер) и по асимптотике  $G_1(\tau)$  при больших  $\tau$  ( $\tau > 5$  мкс для  $1 \leq v \leq 100$  м/с). Первый способ позволяет измерять  $v$  достаточно точно, однако, его применение может оказаться затруднительным при больших  $v$ , поскольку потребуется измерять  $G_1(\tau)$  для слишком малых  $\tau$ . Второй способ применим для измерения  $v$  в широких пределах ее изменения, однако он не обеспечивает высокой точности (отклонение  $G_1(\tau)$  от ее значения в отсутствие светоиндуцированного потока пропорционально  $\ln v$ ).

Во второй части четвертой главы анализируется роль пондеромоторного действия света в задачах ДВС. Рассматривается полубесконечная случайно-неоднородная среда, на поверхность которой сфокусирован лазерный пучок. Ускорение частиц среды под действием пучка и увлечение ими соседних частиц за счет гидродинамического взаимодействия между частицами приводят к формированию в среде сложного потока частиц (светоиндуцированной струи), описываемого распределением скорости  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ . Последнее находится путем решения уравнений гидродинамики для суспензии частиц, что возможно благодаря сходству рассматриваемой гидродинамической задачи с хорошо известной задачей о затопленной струе.

На основе полученного выражения для  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  производится расчет временной автокорреляционной функции диффузно отраженного света  $G_1(\tau)$ , причем на этом этапе анализа механизм ускорения частиц не конкретизируется. В результате выводится аналитическая формула для  $G_1(\tau)$ , в которую входят два характерных времени:  $\tau_0 = (4k^2 D_B)^{-1}$  и  $\tau_c = \sqrt{10} \eta \ell^* \lambda / P$ , где  $\eta$  — вязкость суспензии,  $P$  — импульс, передаваемый от излучения частицам среды в единицу времени.

Далее проводится более подробный анализ случая, когда ускорение частиц суспензии обусловлено эффектом светового давления, а другие механизмы лазерного ускорения несущественны (в этом случае  $P \simeq W/c$ , где  $W$  — мощность лазерного пучка). Такая ситуация осуществима, например, в водных суспензиях полистироловых сфер, поглощение света в которых на определенных длинах волн может быть сделано чрезвычайно малым ( $\mu_a \leq 10^{-3}$  см $^{-1}$ ). Для того, чтобы оценить условия, в которых ускорение частиц среды под действием лазерного излучения оказывается существенным при расчете временной корреляции рассеянного света,

производится сравнение вкладов броуновского и светоиндуцированного движений в декорреляцию излучения. Оказывается, что последний вклад будет больше первого, если мощность падающего на среду лазерного пучка превысит некоторую критическую мощность  $W_c$ , величина которой определяется параметрами суспензии, длиной волны излучения и величиной  $\tau$ . Например, для водной суспензии полистироловых шариков радиуса 0.1 мкм, объемная концентрация которых равна 1%, на длине волны  $\lambda \simeq 0.5$  мкм  $W_c$  меняется от 15 Вт при  $\tau = 1$  мкс до 0.5 Вт при  $\tau = 1$  мс. Это позволяет заключить, что при  $W \sim 1 \div 10$  Вт пондеромоторное действие света необходимо принимать во внимание в задачах многократного рассеяния света в случайно-неоднородных средах.

### ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Предложена и теоретически обоснована диффузионная модель для описания временной автокорреляционной функции поля  $G_1(\tau) = \langle E(t)E^*(t + \tau) \rangle$  когерентного лазерного излучения, многократно рассеянного в случайно-неоднородной мутной среде с пространственно неоднородной динамикой рассеивателей. Показано, что в условиях многократного рассеяния  $G_1(\tau)$  с удовлетворительной точностью описывается в рамках предложенной модели. Уравнение диффузии для  $G_1(\tau)$  обобщено на случай направленного движения частиц среды. С использованием численного моделирования рассеяния методом Монте-Карло установлено, что диффузионная модель применима для описания  $G_1(\tau)$  только в условиях, когда роль процессов рассеяния низкого порядка пренебрежимо мала.
2. Получены общие выражения для временной автокорреляционной функции  $G_1(\tau)$  света, многократно рассеянного в многослойной мутной среде, состоящей из произвольного числа слоев. Для частных случаев двухслойной и трехслойной сред показано, что методика диффузионно-волновой спектроскопии может быть использована для получения информации как о рассеивающих свет частицах (определение среднего размера частиц, коэффициентов рассеяния и поглощения), так и о макроскопической структуре образца (определение положения и размеров динамически неоднородных областей).
3. Изучено влияние поглощения на временную автокорреляционную функцию  $G_1(\tau)$  многократно рассеянного света. Показано, что для

случая одной динамически неоднородной области, находящейся внутри макроскопически однородного образца, все кривые  $G_1(\tau)$ , измеренные в различных точках поверхности образца, должны пересечься в одной точке  $\tau = \tau_1$ . При условии постоянства транспортной длины свободного пробега фотона  $\ell^*$  в пределах образца,  $\tau_1$  пропорционально  $(-\Delta\mu_a/\Delta D_B)$  (где  $\Delta\mu_a$ ,  $\Delta D_B$  — отклонения коэффициентов поглощения света и диффузии рассеивателей внутри динамической неоднородности от их значений в остальной среде).

4. Установлено хорошее соответствие между теоретически рассчитанными временными автокорреляционными функциями света, диффузно отраженного от случайно-неоднородной мутной среды с макроскопически неоднородной динамикой рассеивателей, и экспериментальными данными других научных групп. Выявлено, что методика диффузионно-волновой спектроскопии может с успехом применяться для локализации потоков частиц в многократно рассеивающих свет случайно-неоднородных средах при условии, что область потока удалена от границы среды не дальше, чем на расстояние  $(15 \div 20)\ell^*$ , а скорость потока превышает 1 мм/с. Положение области потока и ее размер в этом случае могут быть определены с точностью до  $(1 \div 5)\ell^*$ .
5. Предложена модификация метода диффузионно-волновой спектроскопии, предназначенная для изучения возникающих под действием мощного лазерного излучения светоиндуцированных потоков частиц в концентрированных суспензиях. Теоретически показано, что как измерение наклона кривой  $G_1(\tau)$  при малых  $\tau$  ( $\tau < 1$  мкс для  $1 \leq v \leq 100$  м/с в водных суспензиях полистироловых сфер), так и анализ асимптотики  $G_1(\tau)$  при больших  $\tau$  ( $\tau > 5$  мкс для  $1 \leq v \leq 100$  м/с) могут быть использованы для определения характерной скорости  $v$  светоиндуцированного потока.
6. Временная автокорреляционная функция многократно рассеянного света рассчитана с учетом пондеромоторного действия падающего на мутную среду лазерного пучка. Теоретически предсказано, что при мощности сфокусированного лазерного пучка, превышающей  $1 \div 10$  Вт, эффекты лазерного ускорения микрочастиц должны играть существенную роль в экспериментах по динамическому многократному рассеянию света.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Skipetrov S.E., Maynard R. Dynamic multiple scattering of light in multilayer turbid media. *Phys. Lett. A*, 1996, v. **217**, № 2,3, p. 181–185.
2. Heckmeier M., Skipetrov S.E., Maret G., Maynard R. Imaging of dynamic heterogeneities in multiple-scattering media. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1997, v. **14**, № 1, p. 185–191.
3. Skipetrov S.E., Kazaryan M.A., Korotkov N.P., Zakharov S.D. Diagnostics of laser-induced particle motion in dense random media using temporal field correlation. *J. Moscow Phys. Soc.*, 1997, v. **7**, № 4, p. 411–420.
4. Скипетров С.Е., Чесноков С.С. Возможности локализации и диагностики динамических неоднородностей в сильно рассеивающих свет мутных средах. *Оптика атмосферы и океана*, 1997, т. **10**, № 12, с. 1493–1499.
5. Skipetrov S.E., Maynard R. Diffusing wave spectroscopy in dynamically heterogeneous random media. In: *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> GR-I International Conference on New Laser Technologies and Applications* (Olympia, Greece, June 1–4, 1997), ed. Carabelas A. *Proc. SPIE*, 1998, v. **3423**, p. 252–257.
6. Skipetrov S.E., Kazaryan M.A., Korotkov N.P., Zakharov S.D. Multiple light-scattering probes of laser-induced particle flows in random media: theoretical consideration. *Physica Scripta*, 1998, v. **57**, № 3, p. 416–419.
7. Скипетров С.Е., Меглинский И.В. Диффузионно-волновая спектроскопия в случайно-неоднородных средах с локализованными в пространстве потоками рассеивателей. *ЖЭТФ*, 1998, т. **113**, вып. 4, с. 1213–1222.
8. Скипетров С.Е., Чесноков С.С., Захаров С.Д., Казарян М.А., Коротков Н.П., Щеглов В.А. Многократное динамическое рассеяние лазерного излучения на светоиндуцированной струе микрочастиц в суспензии. *Квантовая Электроника*, 1998, т. **25**, № 5, с. 447–451.
9. Скипетров С.Е., Чесноков С.С., Захаров С.Д., Казарян М.А., Щеглов В.А. Пондеромоторное действие света в задаче о многократном рассеянии света в случайно-неоднородной среде. *Письма в ЖЭТФ*, 1998, т. **67**, № 9, с. 611–615.
10. Skipetrov S.E. Effect of absorption on temporal correlation of light scattered from turbid medium. *Opt. Commun.*, 1998, v. **152**, № 4–6, p. 229–232.

11. Скипетров С.Е., Чесноков С.С. Анализ методом Монте-Карло применимости диффузионного приближения для анализа динамического многократного рассеяния света в случайно-неоднородных средах. *Квантовая Электроника*, 1998, т. **25**, № 8, с. 753–757.
12. Meglinsky I.V., Tuchin V.V., Skipetrov S.E., Chesnokov S.S. Diffuse photon probes of dynamic nonhomogeneities in random high scattering media. In: *Proceedings of the International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET'98)* (Kharkov, Ukraine, June 1998). Vol. 2, p. 927–929.
13. Skipetrov S.E., Maynard R. Diffusing wave spectroscopy in dynamically heterogeneous media. In: *2<sup>nd</sup> GR-I International Conference on New Laser Technologies and Applications. Abstracts of reports* (Olympia, Greece, June 1–4, 1997), p. 78–79.
14. Скипетров С.Е., Чесноков С.С. Возможности локализации и диагностики динамических неоднородностей в сильно рассеивающих свет мутных средах. В сборнике: *IV Симпозиум “Оптика атмосферы и океана”. Тезисы докладов* (ИОА СО РАН, Томск, 10–13 июня 1997 г.), с. 55–56.
15. Меглинский И.В., Скипетров С.Е. Диффузионно-волновая спектроскопия как вариант оптической корреляционной спектроскопии. В сборнике: *Проблемы оптической физики. Материалы молодежной научной Школы по оптике, лазерной физике и оптоэлектронике* (Саратов, Россия, ноябрь 1997 г.), с. 108–109.
16. Скипетров С.Е. Многократное рассеяние света в случайно-неоднородных средах со сложной динамической структурой. В сборнике: *Труды XI Всероссийской школы-конференции по дифракции и распространению волн* (МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, 12–15 января 1998 г.), с. 249.
17. Skipetrov S.E., Chesnokov S.S., Zakharov S.D., Kazaryan M.A., Korotkov N.P., Shcheglov V.A. Dynamic multiple scattering of laser radiation on light-induced flows of microparticles in suspension. In: *XVI International Conference on Coherent and Nonlinear Optics. Technical Digest* (Moscow, Russia, June 29–July 3, 1998), p. 139.
18. Skipetrov S.E., Chesnokov S.S., Meglinsky I.V., Tuchin V.V. Diffusing-wave spectroscopy of flows. In: *XVI International Conference on Coherent and Nonlinear Optics. Technical Digest* (Moscow, Russia, June 29–July 3, 1998), p. 290.