

Глава II

Динамическое многократное рассеяние света в многослойных мутных средах

Модель среды, имеющей слоистую структуру (т.е. среды, свойства которой меняются от слоя к слою, но неизменны в пределах каждого из слоев), широко используется в физике. С одной стороны, такая модель часто позволяет проводить анализ изучаемой проблемы с использованием достаточно простого математического аппарата (в силу того, что многие уравнения математической физики имеют в этом случае относительно простые решения [76, 77, 139], а с другой — в слоистой среде уже можно наблюдать большинство физических эффектов, связанных с неоднородностью среды. Кроме того, во многих практически важных задачах приближение слоистой среды оказывается вполне достаточным. Поэтому результаты, полученные для слоистой среды, имеют не только методическую, но и практическую ценность.

2.1 Уравнение диффузии для временной автокорреляционной функции

Как отмечалось в п. 1.1.2.5, уравнение переноса может быть записано не только для средней интенсивности излучения $U(\mathbf{r}, t)$ в случайно-неоднородной среде (см. (1.24)), но и для временной автокорреляцион-

ной функции электрического поля $G_1^\Omega(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, \tau, t)$ в многократно рассеянной световой волне (см. (1.45)). Ввиду полной аналогии между этими двумя уравнениями, для анализа временной когерентности рассеянного излучения можно использовать те же приближенные методы, что и для анализа средней интенсивности рассеянного поля (например, метод сферических гармоник (см. раздел 1.1.2.2)). Мы не выписываем здесь получающиеся при этом уравнения в силу их полной аналогичности соответствующим уравнениям для $U(\mathbf{r}, t)$.

2.1.1 Диффузия временной корреляции

Остановимся подробнее на уравнении, получающемся из уравнения переноса (1.45) в диффузионном приближении. Для упрощения анализа ограничимся случаем, когда значительные изменения интенсивности падающей на среду световой волны происходят на временах, много больших характерного времени жизни фотона в среде (при наличии поглощения последнее можно оценить как $(\mu_a c)^{-1}$, где c — скорость света в среде, μ_a — коэффициент поглощения света). Фактически, это означает, что мы рассматриваем либо непрерывное излучение, либо импульсное излучение с длительностью импульса $\tau_p \gg (\mu_a c)^{-1}$, либо излучение, интенсивность которого модулируется с частотой $\omega_s \ll \mu_a c$. В этом случае слагаемым $(1/c)\partial G_1^\Omega/\partial t$ в левой части уравнения (1.45) и, вообще, зависимостью G_1^Ω от времени t можно пренебречь (точнее, величина G_1^Ω будет адиабатически отслеживать изменения интенсивности падающего на среду излучения).

Аналогично тому, как поступают при выводе диффузионного уравнения для средней интенсивности излучения в среде, введем величины

$$G_1(\mathbf{r}, \tau) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d\hat{\Omega} G_1^\Omega(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, \tau), \quad (2.1)$$

$$\mathbf{F}_G(\mathbf{r}, \tau) = \int_{4\pi} d\hat{\Omega} G_1^\Omega(\mathbf{r}, \hat{\Omega}, \tau) \hat{\Omega}. \quad (2.2)$$

$G_1(\mathbf{r}, \tau)$ представляет из себя усредненную по направлениям временную автокорреляционную функцию рассеянного излучения в точке $\mathbf{r}$.

Для того, чтобы получить диффузионное уравнение для G_1 , поступим также, как при выводе диффузионного уравнения (1.36) для средней интенсивности. В дополнение к допущениям, сделанным при выводе (1.36), предположим, что корреляционная функция $g_1^s(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}', \tau)$, соответствующая однократному рассеянию (см. (1.46)), так же, как фазовая функция $p(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}')$, зависит только от угла рассеяния, то есть от скалярного произведения $\hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}'$. Это предположение оправдано при условии, что ориентация рассеивателей случайна, а их динамика — изотропна. Кроме того, разложим g_1^s в ряд Тейлора по малому параметру $k^2 \langle \Delta r^2(\tau) \rangle \ll 1$, используем только первые члены этого разложения и представим результат в виде суммы сферических гармоник:

$$\begin{aligned} g_1^s(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}', \tau) &\simeq 1 - \frac{1}{3} k^2 (1 - \hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}') \langle \Delta \mathbf{r}^2(\tau) \rangle = \\ &= 1 - \frac{1}{3} k^2 \langle \Delta \mathbf{r}^2(\tau) \rangle \left[1 - \frac{4\pi}{3} \sum_{m=-1}^1 Y_{1,m}(\hat{\Omega}) Y_{1,m}^*(\hat{\Omega}') \right]. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Вторая строка этого равенства получена на основе теоремы сложения для сферических гармоник [140, с. 84].

Условие $k^2 \langle \Delta r^2(\tau) \rangle \ll 1$ ограничивает область применимости полученных с его использованием результатов малыми временными задержками τ . Зато благодаря ему мы можем получить диффузионное уравнение для $G_1(\mathbf{r}, \tau)$ полностью аналогично тому, как было получено уравнение (1.36) для средней интенсивности $U(\mathbf{r}, t)$:

$$[\nabla^2 - \alpha^2(\tau)] G_1(\mathbf{r}, \tau) = -\frac{c S_0(\mathbf{r})}{D_p}, \quad (2.4)$$

где $D_p = c\ell^*/3$ — коэффициент диффузии света, $S_0(\mathbf{r})$ — распределение

источников излучения и, наконец, $\alpha^2(\tau)$ описывает “ослабление” временной корреляции как из-за наличия в среде истинного поглощения ($\mu_a \neq 0$), так и вследствие движения частиц среды:

$$\alpha^2(\tau) = \frac{3\mu_a}{\ell^*} + \frac{k^2}{\ell^{*2}} \langle \Delta r^2(\tau) \rangle. \quad (2.5)$$

Отметим, что уравнение (2.4) формально совпадает с уравнением (1.36). (1.36) переходит в (2.4) при замене $\mu_a \rightarrow \mu_a + k^2 \langle \Delta r^2(\tau) \rangle / (3\ell^*)$, т.е. в (2.4), по сравнению с (1.36), имеется дополнительное “поглощение” $k^2 \langle \Delta r^2(\tau) \rangle / (3\ell^*)$, существенное только при $\tau \neq 0$. В случае броуновского движения рассеивающих центров в случайно-неоднородной среде, $\langle \Delta r^2(\tau) \rangle = 6D_B\tau$ (D_B — коэффициент диффузии рассеивателей в среде), и коэффициент $\alpha^2(\tau)$ в уравнении (2.4) можно записать в виде

$$\alpha^2(\tau) = \frac{3\mu_a}{\ell^*} + \frac{3\tau}{2\tau_0\ell^{*2}}, \quad (2.6)$$

где $\tau_0 = (4k^2D_B)^{-1}$ (см. п. 1.1.3.1). Как отмечалось выше, наш анализ ограничен малыми временными задержками τ . В случае броуновского движения рассеивающих центров это означает, что $\tau \ll \tau_0$.¹

Важно отметить, что уравнение (2.4) можно получить и другим способом, не используя уравнение переноса (1.45). Для этого рассмотрим временную автокорреляционную функцию светового поля, создаваемого в заполняющей все пространство случайно-неоднородной среде точечным источником, помещенным в произвольной точке $\mathbf{r}_0$. Расчет этой корреляционной функции можно выполнить используя диаграммную технику (см. 1.1.1). В лестничном приближении (см. 1.1.1.3) при условии $\lambda \ll \ell^* \ll |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$ получаем [47, 110]:

$$G_1(\mathbf{r}, \tau) = \frac{3}{4\pi\ell^* |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} \exp \{ -\alpha(\tau) |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| \}. \quad (2.7)$$

¹Временная автокорреляционная функция при больших τ рассмотрена в работе [141].

Нетрудно проверить, что выражение (2.7) является функцией Грина уравнения (2.4). Поэтому в общем случае, когда источник света не является точечным, выражение для временной автокорреляционной функции может быть найдено как решение уравнения (2.4). Тот факт, что при определенных условиях результаты метода диаграмм и теории переноса совпадают, говорит об эквивалентности этих двух подходов в рамках диффузионного приближения.

Наконец, уравнение (2.4) можно вывести, используя метод интегрирования по траекториям (см. раздел 1.1.3) в сочетании с уравнением переноса для средней интенсивности (1.24) [25, 26].

Преимущество уравнения (2.4) перед другими способами расчета временной корреляции излучения в многократно рассеивающих случайно-неоднородных средах состоит в том, что оно позволяет сравнительно легко анализировать рассеяние в средах, динамика рассеивающих центров в которых имеет макроскопически неоднородный характер (т.е. в таких средах, в которых $\langle \Delta r^2(\tau) \rangle$ и $\alpha(\tau)$ являются функциями координат). Для этого необходимо разбить среду на области, в пределах каждой из которых $\langle \Delta r^2(\tau) \rangle$ и $\alpha(\tau)$ могут считаться не зависящими от пространственных координат, решить уравнение (2.4) в каждой из таких областей, а затем сшить полученные решения, используя условия на границах между областями.

2.1.2 Граничные условия для $G_1(\mathbf{r}, \tau)$

Рассмотрим задачу расчета временной автокорреляционной функции многократно рассеянного светового поля в образце случайно-неоднородной среды объема V , ограниченного поверхностью S . Разобьем образец на N областей V_n ($n = 1, \dots, N$), ограниченных поверхностями $S_{n,m}$ ($n, m = 1, \dots, N$). $S_{n,m}$ есть поверхность, отделяющая область V_n от области V_m . Линейный размер каждой из областей V_n будем счи-

тать существенно превышающим величину транспортной длины свободного пробега фотона $\ell^{*(n)}$ в ее пределах. Поверхности $S_{n,m}$ существуют, естественно, только для таких комбинаций индексов n, m , которые соответствуют граничащим друг с другом областям среды V_n, V_m . В области V_n имеем $\alpha(\tau) \equiv \alpha_n(\tau)$.

Пусть $G_1^{(n)}(\mathbf{r}, \tau)$ — решение уравнения (2.4) в области V_n . Условия для $G_1^{(n)}(\mathbf{r}, \tau)$ на границах $S_{n,m}$ между областями следуют из простых физических соображений: необходимо потребовать непрерывности $G_1^{(n)}(\mathbf{r}, \tau)$ на $S_{n,m}$ и непрерывности потока энергии каждой спектральной компоненты через $S_{n,m}$. Поскольку последний пропорционален Фурье-образу G_1 , то окончательно получаем граничные условия, аналогичные условиям для средней интенсивности [142–145]:

$$G_1^{(n)}(\mathbf{r}, \tau) = G_1^{(m)}(\mathbf{r}, \tau), \quad \mathbf{r} \in S_{n,m}, \quad (2.8)$$

$$D_p^{(n)} \left(\hat{n}_{n,m} \cdot \nabla G_1^{(n)}(\mathbf{r}, \tau) \right) = D_p^{(m)} \left(\hat{n}_{n,m} \cdot \nabla G_1^{(m)}(\mathbf{r}, \tau) \right), \quad \mathbf{r} \in S_{n,m}, \quad (2.9)$$

где $D_p^{(n)}$ — коэффициент диффузии света в пределах объема V_n , $\hat{n}_{n,m}$ — единичная нормаль к поверхности $S_{n,m}$.

В экспериментах по многократному рассеянию образец, как правило, нельзя считать бесконечно протяженным. Поэтому необходимо указать граничное условие для G_1 на границе S между многократно рассеивающей и прозрачной средами. В рамках диффузионного приближения это условие получается аналогично условию для средней интенсивности $U(\mathbf{r})$ (см. п. 1.1.2.4) [75]:

$$G_1(\mathbf{r}, \tau) - \Delta \cdot \ell^* (\hat{n} \cdot \nabla G_1(\mathbf{r}, \tau)) = 0, \quad \mathbf{r} \in S, \quad (2.10)$$

где $\hat{n}$ — внутренняя нормаль к поверхности S , постоянная Δ определяется выражением (1.39).

2.2 Аналитическое решение задачи динамического многократного рассеяния света в многослойной среде

Пусть каждая из областей V_n ($n = 1, \dots, N$) имеет вид плоскопараллельного слоя, перпендикулярного оси z , а границы $S_{n,n+1}$ между соседними слоями представляют из себя плоскости $z = z_n$. Весь образец случайно-неоднородной среды заключен между плоскостями $z = 0$, $z = L$. Через $\Delta_n = z_n - z_{n-1}$ обозначим толщину n -ого слоя (см. рис. 2.1).

Будем характеризовать случайно-неоднородную среду внутри слоя n коэффициентом поглощения излучения $\mu_a^{(n)}$, приведенным коэффициентом рассеяния излучения $\mu_s'^{(n)}$ и коэффициентом диффузии частиц $D_B^{(n)} = (4k^2\tau_0^{(n)})^{-1}$, где $k = 2\pi/\lambda$.

2.2.1 Решение для произвольного числа слоев N

Если на описанную слоистую среду падает когерентная плоская волна, то функцию источника $S_0(\mathbf{r})$ в уравнении (2.4) можно приближенно записать в виде $S_0(\mathbf{r}) \simeq s_0\delta(z - z_0)$ где δ — дельта-функция Дирака, а $z_0 \simeq \ell^{*(1)}$ — расстояние, на котором направленное лазерное излучение преобразуется в диффузное; $\ell^{*(1)} = (\mu_s'^{(1)})^{-1}$. Решения уравнения (2.4) внутри каждого из слоев имеют при этом простой вид [76]:

$$\begin{aligned} G_1^{(1)}(z, \tau) &= A_1 \exp(\alpha_1 z) + B_1 \exp(-\alpha_1 z) \\ &\quad + (S_0 / (2D_p^{(1)} \alpha_1)) \exp(-\alpha_1 |z - z_0|), \\ G_1^{(n)}(z, \tau) &= A_n \exp(\alpha_n z) + B_n \exp(-\alpha_n z), \quad n = 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Здесь A_n и B_n — постоянные, которые должны быть определены из граничных условий (2.8–2.10). Для упрощения анализа, мы пренебрежем экстраполяционными длинами $\Delta \cdot \ell^{*(1)}$ и $\Delta \cdot \ell^{*(N)}$ по сравнению с толщинами слоев Δ_1 и Δ_N , соответственно. Тогда граничные условия

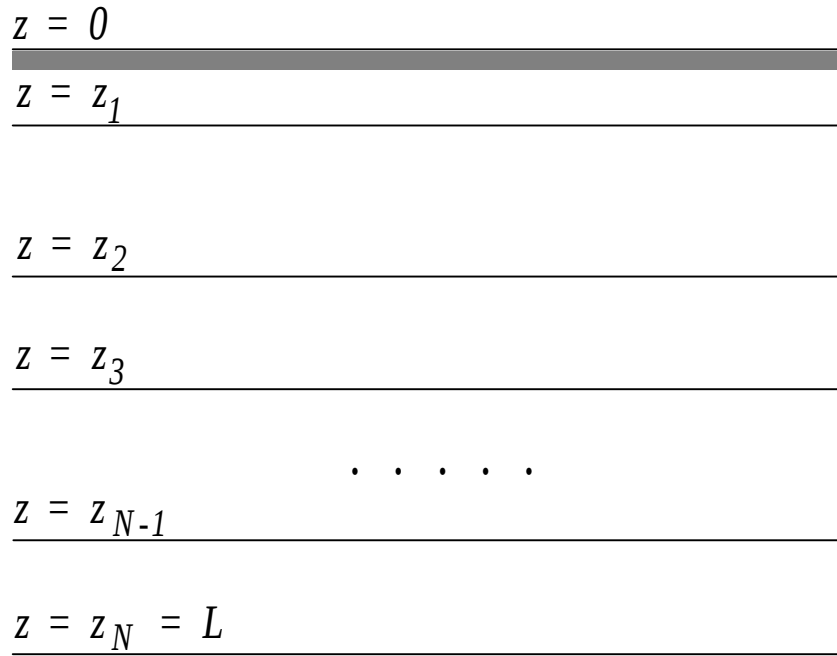


Рис. 2.1: Схематическое изображение случайно-неоднородной среды, состоящей из N слоев. Плоскости $z = z_n$ определяют границы между слоями n и $n + 1$.

принимают вид:

$$\begin{aligned} G_1^{(1)}(0, \tau) &= G_1^{(N)}(L, \tau) = 0, \\ G_1^{(n)}(z_n, \tau) &= G_1^{(n+1)}(z_n, \tau), \quad n = 1, \dots, N-1, \\ D_p^{(n)} \frac{\partial G_1^{(n)}(z_n, \tau)}{\partial z} &= D_p^{(n+1)} \frac{\partial G_1^{(n+1)}(z_n, \tau)}{\partial z}, \quad n = 1, \dots, N-1. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Выражения (2.11) и (2.12) приводят к системе линейных уравнений относительно A_n , B_n . Ее анализ удобнее всего проводить с использованием матричной алгебры. Границу между n -ым и $(n+1)$ -ым слоями будем описывать матрицей $T^{(n)}(\tau)$:

$$T^{(n)}(\tau) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \beta_{(+)}^{(n)} \exp(\alpha_{(-)}^{(n)} z_n) & \beta_{(-)}^{(n)} \exp(-\alpha_{(+)}^{(n)} z_n) \\ \beta_{(-)}^{(n)} \exp(\alpha_{(+)}^{(n)} z_n) & \beta_{(+)}^{(n)} \exp(-\alpha_{(-)}^{(n)} z_n) \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

где $n = 1, \dots, N-1$ и

$$\alpha_{(\pm)}^{(n)} = \alpha_{n+1} \pm \alpha_n, \quad (2.14)$$

$$\beta_{(\pm)}^{(n)} = \left(1 \pm \frac{D_p^{(n+1)} \alpha_{n+1}}{D_p^{(n)} \alpha_n} \right). \quad (2.15)$$

Добавив определение матрицы $T^{(n)}$ для $n = N$ в виде

$$T^{(N)}(\tau) = \begin{pmatrix} -\exp(-\alpha_N L) & -\exp(-\alpha_N L) \\ \exp(\alpha_N L) & \exp(\alpha_N L) \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

получаем общие выражения для временных автокорреляционных функций диффузно отраженного (B) и прошедшего через среду (T) света в пределе $\alpha_1 \ell^{*(1)} \ll 1$:

$$G_1^B(\tau) = 3s_0 \frac{\text{Tr}[S_B T_N]}{\text{Tr}[T_N]}, \quad (2.17)$$

$$G_1^T(\tau) = 3s_0 \frac{\text{Tr}[S_T]}{\text{Tr}[T_N]}, \quad (2.18)$$

Здесь $T_N(\tau) = T^{(1)}(\tau)T^{(2)}(\tau)\dots T^{(N)}(\tau)$, $\text{Tr}[A]$ обозначает след матрицы A , диагональные матрицы S_B и S_T определяются выражениями

$$S_B(\tau) = \begin{pmatrix} \exp(\alpha_1 \ell^{*(1)}) & 0 \\ 0 & \exp(-\alpha_1 \ell^{*(1)}) \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

$$S_T(\tau) = \begin{pmatrix} \exp(\alpha_N \ell^{*(N)}) & 0 \\ 0 & -\exp(-\alpha_N \ell^{*(N)}) \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

При этом мы предположили, что диффузно отраженный свет претерпевает последний акт рассеяния на расстоянии $\ell^{*(1)}$, а прошедший свет — на расстоянии $\ell^{*(N)}$ от границы среды.

Проанализируем корреляционные свойства света, многократно рассеянного в слоистой среде, с помощью выражений (2.17, 2.18). Прежде всего, интересно отметить, что все свойства среды, влияющие на временную когерентность многократно рассеянного света, содержатся в квадратной 2×2 матрице $T_N(\tau)$, которая, в свою очередь, равна произведению “локальных” матриц $T^{(n)}(\tau)$, описывающих изменения свойств среды от слоя к слою. Кроме того, из выражений (2.17, 2.18) следует, что одна и та же матрица $T_N(\tau)$ определяет временную корреляционную функцию как диффузно отраженного, так и прошедшего света. Из общих свойств матрицы $T_N(\tau) = \|T_N^{lm}(\tau)\|^{2,2}$ отметим, что $\det [T_N] = 0$, а точнее $T_N^{11}(\tau) = T_N^{12}(\tau)$ и $T_N^{21}(\tau) = T_N^{22}(\tau)$.

Важным для практических расчетов является тот факт, что если матрица $T_N(\tau)$ известна для заданного N , то матрица $T_{N+1}(\tau)$, соответствующая среде с одним дополнительным слоем, может быть найдена путем умножения матрицы, описывающей этот дополнительный слой, на матрицу $T_N(\tau)$. Используя это свойство можно последовательно находить выражения для $T_N(\tau)$, начиная с $N = 1$:

$$\begin{aligned} T_1^{11} &= T_1^{12} = -\exp(-\alpha L), \\ T_1^{21} &= T_1^{22} = \exp(\alpha L), \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned}
T_2^{11} &= T_2^{12} = \exp(-\alpha_1 \Delta_1) (\text{sh}(\alpha_2 \Delta_2) \\
&\quad - (D_p^{(2)} \alpha_2) / (D_p^{(1)} \alpha_1) \text{ch}(\alpha_2 \Delta_2)), \\
T_2^{21} &= T_2^{22} = \exp(\alpha_1 \Delta_1) (\text{sh}(\alpha_2 \Delta_2) \\
&\quad + (D_p^{(2)} \alpha_2) / (D_p^{(1)} \alpha_1) \text{ch}(\alpha_2 \Delta_2)), \tag{2.22}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_3^{11} &= T_3^{12} = \exp(-\alpha_1 \Delta_1) (\text{ch}(\alpha_2 \Delta_2) \text{sh}(\alpha_3 \Delta_3) \\
&\quad - (D_p^{(2)} \alpha_2) / (D_p^{(1)} \alpha_1) \text{sh}(\alpha_2 \Delta_2) \text{sh}(\alpha_3 \Delta_3) \\
&\quad + (D_p^{(3)} \alpha_3) / (D_p^{(2)} \alpha_2) \text{sh}(\alpha_2 \Delta_2) \text{ch}(\alpha_3 \Delta_3) \\
&\quad - (D_p^{(3)} \alpha_3) / (D_p^{(1)} \alpha_1) \text{ch}(\alpha_2 \Delta_2) \text{ch}(\alpha_3 \Delta_3)), \\
T_3^{21} &= T_3^{22} = \exp(\alpha_1 \Delta_1) (\text{ch}(\alpha_2 \Delta_2) \text{sh}(\alpha_3 \Delta_3) \\
&\quad + (D_p^{(2)} \alpha_2) / (D_p^{(1)} \alpha_1) \text{sh}(\alpha_2 \Delta_2) \text{sh}(\alpha_3 \Delta_3) \\
&\quad + (D_p^{(3)} \alpha_3) / (D_p^{(2)} \alpha_2) \text{sh}(\alpha_2 \Delta_2) \text{ch}(\alpha_3 \Delta_3) \\
&\quad + (D_p^{(3)} \alpha_3) / (D_p^{(1)} \alpha_1) \text{ch}(\alpha_2 \Delta_2) \text{ch}(\alpha_3 \Delta_3)), \tag{2.23}
\end{aligned}$$

и т.д. Хотя аналитические выражения для компонент матрицы $T_N(\tau)$ могут быть найдены описанным выше образом для любого N , при больших N математические выкладки становятся достаточно громоздкими. В то же время, локальные матрицы $T^{(n)}(\tau)$ могут быть вычислены для любого $n = 1, \dots, N$ сравнительно легко, а их произведение можно затем получить численно. Таким образом, полученные нами выражения (2.17, 2.18) позволяют предложить простой численный алгоритм нахождения временных корреляционных функций света, многократно рассеянного в слоистой среде, состоящей из произвольного числа слоев N .

2.2.2 Частные случаи $N = 1, 2, 3$

Дальнейший анализ выражений (2.17, 2.18) показывает, что для любого заданного N искомые временные корреляционные функции могут быть

записаны в виде

$$G_1^B(\tau) = 3s_0 \frac{F_N(\Delta_1 - \ell^{*(1)}, \Delta_2, \dots, \Delta_N)}{F_N(\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N)}, \quad (2.24)$$

$$G_1^T(\tau) = 3s_0 \frac{\alpha_1 \ell^{*(1)} \alpha_2 \ell^{*(2)} \dots \alpha_N \ell^{*(N)}}{F_N(\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N)}. \quad (2.25)$$

Число аргументов функции F_N равно числу слоев N . Конкретные выражения для F_N находятся исходя из выражений (2.17, 2.18):

$$F_1(x_1) = \text{sh}(\alpha_1 x_1), \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} F_2(x_1, x_2) &= \alpha_1 \ell^{*(1)} \text{ch}(\alpha_1 x_1) \text{sh}(\alpha_2 x_2) + \\ &+ \alpha_2 \ell^{*(2)} \text{sh}(\alpha_1 x_1) \text{ch}(\alpha_2 x_2), \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} F_3(x_1, x_2, x_3) &= \alpha_1 \ell^{*(1)} \alpha_2 \ell^{*(2)} \text{ch}(\alpha_1 x_1) \text{ch}(\alpha_2 x_2) \text{sh}(\alpha_3 x_3) + \\ &+ (\alpha_2 \ell^{*(2)})^2 \text{sh}(\alpha_1 x_1) \text{sh}(\alpha_2 x_2) \text{sh}(\alpha_3 x_3) + \\ &+ \alpha_1 \ell^{*(1)} \alpha_3 \ell^{*(3)} \text{ch}(\alpha_1 x_1) \text{sh}(\alpha_2 x_2) \text{ch}(\alpha_3 x_3) + \\ &+ \alpha_2 \ell^{*(2)} \alpha_3 \ell^{*(3)} \text{sh}(\alpha_1 x_1) \text{ch}(\alpha_2 x_2) \text{ch}(\alpha_3 x_3) \end{aligned} \quad (2.28)$$

и т.д. При $N = 1$ (макроскопически однородная среда) получаем, что характерное время когерентности оказывается порядка τ_0 для диффузно отраженного света и порядка $\tau_0(\ell^*/L)^2$ — для прошедшего. Этот вывод согласуется с теоретическими [47] и экспериментальными [25, 26, 89, 90] результатами других авторов.

2.2.3 Основные результаты для двухслойной среды

Выражение для автокорреляционной функции света, диффузно отраженного от двухслойной среды, сильно упрощается в случае полубесконечной среды ($L \rightarrow \infty$), при условии, что рассеиватели в первом слое ширины $\Delta_1 < \infty$ неподвижны ($\alpha_1 = 0, \tau_0^{(1)} \rightarrow \infty$), а второй слой занимает

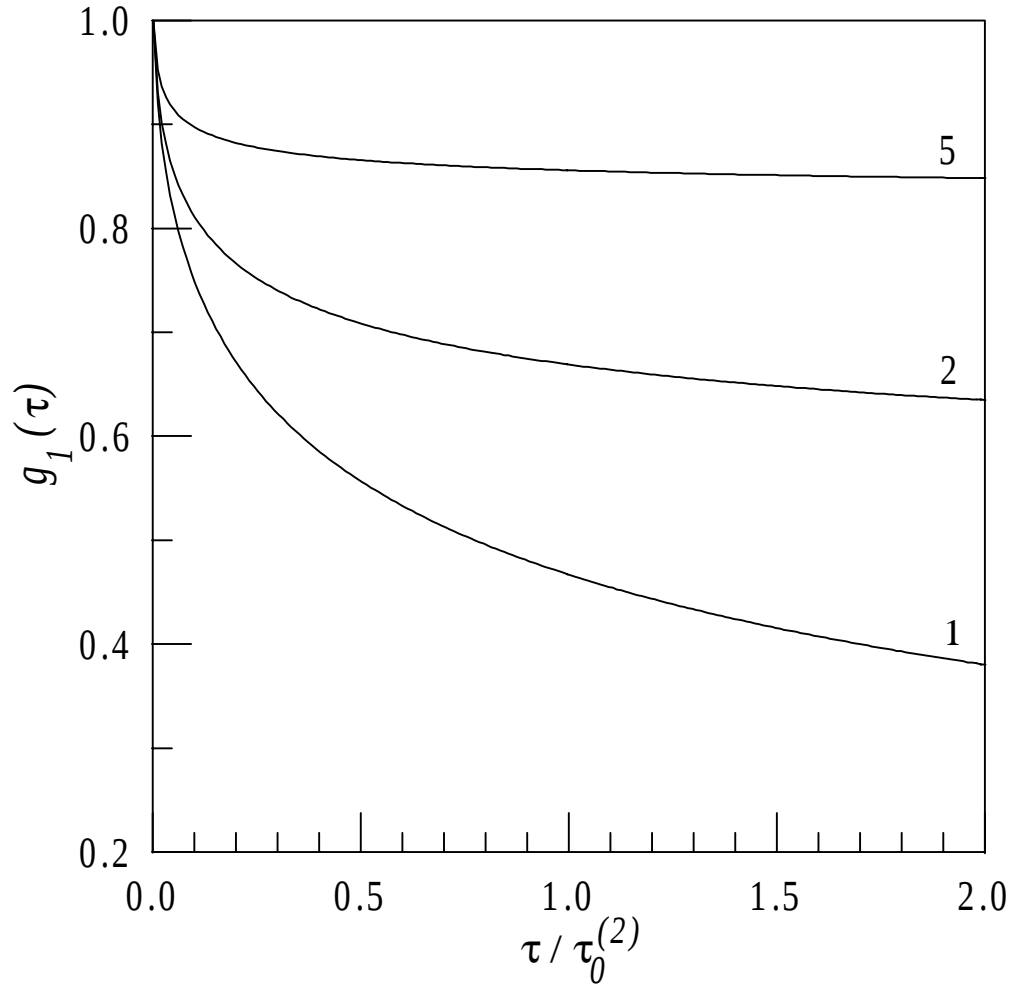


Рис. 2.2: Нормированная временная автокорреляционная функция диффузно отраженного света, рассчитанная для полубесконечной двухслойной среды в предположении, что рассеиватели в первом слое неподвижны ($\tau_0^{(1)} \rightarrow \infty$), а рассеиватели во втором слое движутся как броуновские частицы ($\tau_0^{(2)} < \infty$). Ширина первого слоя $\Delta_1 = 1, 2, 5\ell^{*(1)}$, второй слой — полубесконечный ($\Delta_2 \rightarrow \infty$).

область $z > \Delta_1$, т.е. имеет бесконечно большую ширину ($\Delta_2 \rightarrow \infty$). В отсутствие поглощения ($\mu_a^{(1)} = \mu_a^{(2)} = 0$) результат имеет вид:

$$G_1^B(\tau) = 3s_0 \left[1 - \frac{\ell^{*(1)}}{\Delta_1 + \ell^{*(1)}/\ell^{*(2)}\alpha_2^{-1}} \right]. \quad (2.29)$$

Как видно из этого уравнения, $G_1^B(\tau)$ убывает с ростом временной задержки τ и при $\tau \rightarrow \infty$ стремится к пределу $3s_0[1 - \ell^{*(1)}/\Delta_1]$, не зависящему от свойств среды во втором слое и определяемому только толщиной первого слоя, измеренной в единицах $\ell^{*(1)}$. Нормированные корреляционные функции $g_1(\tau) = G_1(\tau)/G_1(0)$ диффузно отраженного света, рассчитанные по формуле (2.29) показаны на рис. 2.2 для трех различных значений толщины первого, содержащего статические рассеиватели, слоя. Видно, что асимптотическое значение g_1 , соответствующее $\tau \rightarrow \infty$, возрастает с увеличением толщины первого слоя Δ_1 .

2.2.4 Основные результаты для трехслойной среды

На основе формул (2.24, 2.25, 2.28), соответствующих среде, состоящей из трех слоев ($N = 3$), можно рассмотреть представляющую практический интерес задачу определения положения слоя толщиной Δ_2 внутри случайно-неоднородной среды толщиной L в условиях, когда этот слой отличается от остальной среды только динамикой составляющих его частиц. Пусть слой случайно-неоднородной среды Δ_2 , характеризуемый средней транспортной длиной свободного пробега фотона ℓ^* и коэффициентом диффузии частиц $D_B^{(2)}$, помещен внутрь случайно-неоднородной среды, занимающей область $0 \leq z \leq L$ и характеризуемой той же самой транспортной длиной свободного пробега ℓ^* , но другим коэффициентом диффузии частиц $D_B^{(1)} \neq D_B^{(2)}$ (коэффициенты поглощения света будем считать равными нулю). Положение слоя Δ_2 будем задавать расстоянием z от плоскости $z = 0$ до ближайшей к ней стороне слоя. Автокорреляционные функции рассеянного света для такой геометрии можно

получить на основе формул (2.24, 2.25) с использованием (2.28), где надо положить $\Delta_1 = z$, $\Delta_3 = L - \Delta_1 - \Delta_2$, $D_B^{(3)} = D_B^{(1)}$, $\ell^{*(1)} = \ell^{*(2)} = \ell^{*(3)} = \ell^*$ и $\mu_a^{(1)} = \mu_a^{(2)} = \mu_a^{(3)} = 0$.

Пусть, для определенности, $D_B^{(2)} > D_B^{(1)}$. Тогда наличие слоя Δ_2 внутри среды должно приводить к более быстрому убыванию нормированной временной автокорреляционной функции $g_1(\tau)$ по сравнению с $g_1^{(0)}(\tau)$, соответствующей макроскопически однородной среде ($D_B^{(2)} = D_B^{(1)}$). Влияние динамически неоднородного слоя удобно характеризовать максимальным отклонением $g_1(\tau)$ от $g_1^{(0)}(\tau)$:

$$\Delta g = \max_{0 < \tau < \infty} |g_1(\tau) - g_1^{(0)}(\tau)| \equiv |g_1(\tau_{max}) - g_1^{(0)}(\tau_{max})|, \quad (2.30)$$

где через τ_{max} обозначена временная задержка, при которой это максимальное отклонение достигается. На рис. 2.3 значение временной задержки τ_{max} , при которой достигается максимальное отклонение Δg , показано как функция положения z слоя, а на вставке рис. 2.3 показаны значения Δg . Расчет проведен при $\tau_0^{(2)} = 0.25\tau_0^{(1)}$, $L = 100\ell^*$, $\Delta_2 = 10\ell^*$.

Как видно из рисунка, временные автокорреляционные функции как диффузно отраженного, так и прошедшего через образец света оказываются чувствительными к положению динамически неоднородной области. Влияние динамически неоднородного слоя более заметно в прошедшем свете, чем в отраженном, для всех z , кроме предельно малых (а именно, при $z > 5\ell^*$).

В прошедшем свете как $\Delta g(z)$, так и $\tau_{max}(z)$ имеют симметричный вид. Это говорит о том, что динамически неоднородные слои, находящиеся на одинаковом расстоянии от плоскостей $z = 0$ и $z = L$, оказывают одинаковое влияние на автокорреляционную функцию прошедшего через образец света. Этот вывод можно сделать и непосредственно из анализа выражений (2.25, 2.28).

Наибольшее отклонение автокорреляционной функции $g_1(\tau)$ от

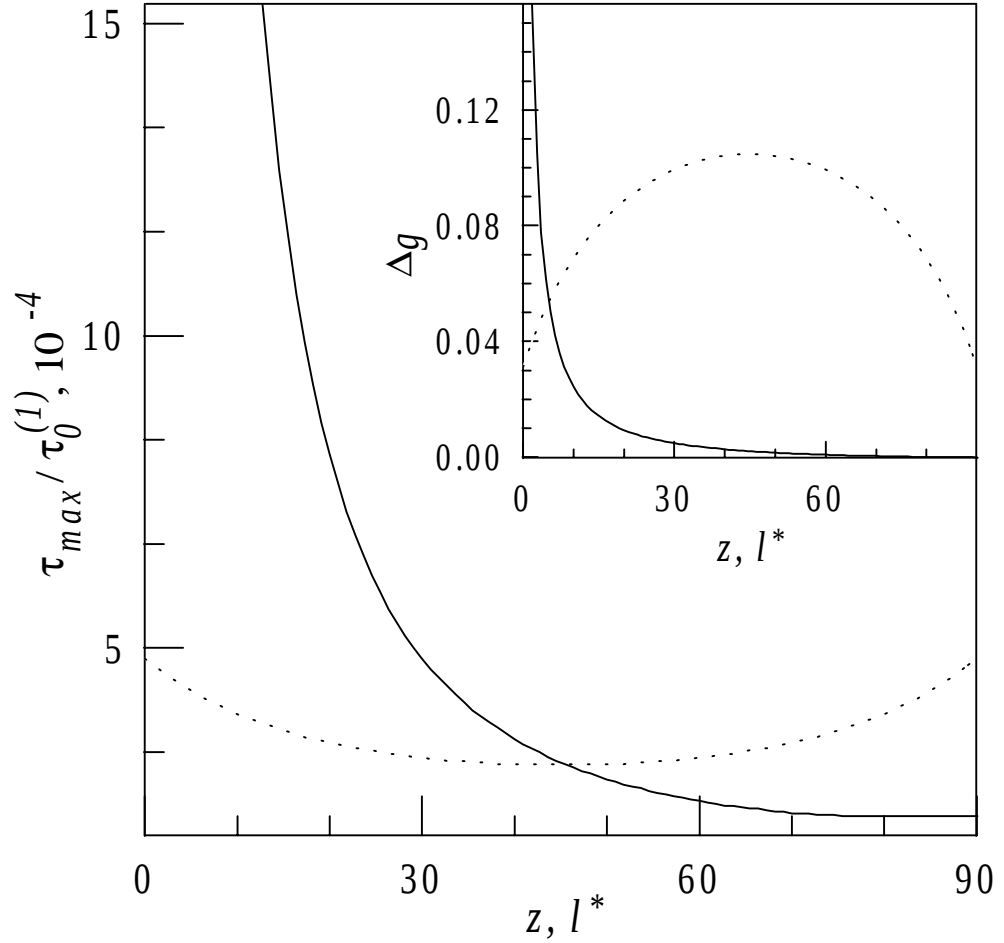


Рис. 2.3: Временная задержка τ_{max} , при которой достигается максимальное отклонение временной автокорреляционной функции в присутствии динамически неоднородного слоя шириной $\Delta_2 = 10\ell^*$ от ее значения в макроскопически однородной среде ($L = 100\ell^*$), показана как функция глубины z положения слоя. Слой отличается от окружающей его среды только более интенсивным движением рассеивателей внутри него ($\tau_0^{(2)} = 0.25\tau_0^{(1)}$). Непрерывные линии соответствуют диффузно отраженному свету, пунктир — прошедшему свету. На вставке показаны соответствующие значения Δg .

$g_1^{(0)}(\tau)$ в прошедшем свете достигается, когда слой находится в середине среды. Причина этого состоит в том, что именно в плоскости $z = L/2$ достигается максимальная плотность траекторий фотонов, покидающих среду в плоскости $z = L$ [92]. Поэтому, если динамически неоднородный слой помещен в середину среды, то проходящие через среду фотоны испытывают максимально возможное количество актов рассеяния внутри него, что, собственно, и приводит к тому, что Δg в этом случае достигает максимума.

По сходным причинам временная задержка τ_{max} , при которой достигается максимальный “контраст” в прошедшем свете, минимальна, когда динамически неоднородный слой расположен посередине образца. Наиболее сильно динамически неоднородный слой воздействует на фотоны, которые проходят через него несколько раз, что возможно, только если фотон имеет достаточно длинную траекторию. В соответствии с основными принципами ДВС [89, 90], длинные траектории фотонов определяют поведение корреляционной функции при коротких временных задержках τ , и наоборот [25, 26]. Поэтому наибольшее отклонение $g_1(\tau)$ от $g_1^{(0)}(\tau)$ достигается при наиболее коротком τ в том случае, когда слой находится точно в середине среды.

Зависимости $\tau_{max}(z)$ и $\Delta g(z)$ для диффузно отраженного света отличаются от соответствующих зависимостей для прошедшего через образец света. Теперь отклонение от случая макроскопически однородной среды тем больше, чем ближе расположен слой к границе $z = 0$ среды. Величина отклонения Δg быстро убывает с ростом z и становится меньше 1% от абсолютной величины $g_1(\tau_{max})$ уже при $z \approx 20\ell^*$. Практически, это означает, что слой толщиной $\Delta = 10\ell^*$, помещенный в почти полубесконечную ($L = 100\ell^*$) среду, не оказывает влияния на корреляционную функцию диффузно отраженного света, если он расположен

глубже, чем на расстоянии порядка 20 транспортных длин свободного пробега фотона в среде (естественно, при рассматриваемом соотношении между $\tau_0^{(1)}$ и $\tau_0^{(2)}$).

Временная задержка τ_{max} , при которой достигается максимальное отклонение g_1 от $g_1^{(0)}$ в диффузно отраженном свете, монотонно уменьшается с ростом z . Это легко объяснить на основе качественных соображений. Когда слой находится вблизи границы $z = 0$ среды, то даже фотоны, рассеивающиеся вдоль коротких траекторий, достигают его объема. Эти короткие траектории как раз соответствуют большим временным задержкам при малых z . Если глубина z , на которой находится динамически неоднородный слой, достаточно велика, то только фотоны, имеющие длинные траектории, достигают его и приобретают дополнительную разность фаз. Поскольку эти фотоны определяют поведение корреляционной функции, в основном, при малых временных задержках τ , величина τ_{max} уменьшается с ростом z .

2.2.5 Влияние поглощения на временную корреляцию рассеянного света

До сих пор при анализе конкретных экспериментальных ситуаций мы полагали, что поглощение света в среде отсутствует. Вместе с тем, полученные в пп. 2.2.1, 2.2.2 формулы справедливы также при наличии в среде небольшого поглощения ($\mu_a^{(n)} \ll \mu_s^{(n)}$). Проанализируем, как сказывается поглощение света в макроскопически неоднородной среде на корреляционных свойствах многократно рассеянного света.

Рассмотрим случай, когда в среде V , свойства которой описываются параметрами $D_p^{(1)}$, $\ell^{*(1)}$, $D_B^{(1)}$, $\mu_a^{(1)}$, имеется включение V_1 произвольной формы, характеризующееся параметрами $D_p^{(2)}$, $\ell^{*(2)}$, $D_B^{(2)}$, $\mu_a^{(2)}$. Размеры как самой среды, так и включения считаем, как и раньше, много большими, чем $\ell^{*(1)}$ и $\ell^{*(2)}$, соответственно. Коэффициент “дина-

мического поглощения” $\alpha^2(\tau)$, входящий в уравнение диффузии (2.4), вне включения и внутри него удобно записать в виде

$$\alpha_{1,2}^2(\tau) = \frac{3(\tau + T_{1,2})}{2\tau_0^{(1,2)} \ell^{*(1,2)2}}, \quad (2.31)$$

где $T_{1,2} = 2\mu_a^{(1,2)} \ell^{*(1,2)} \tau_0^{(1,2)}$. Отсюда видно, что если $T_1 = T_2 = T$ (т.е. если $\mu_a^{(1)} \ell^{*(1)} \tau_0^{(1)} = \mu_a^{(2)} \ell^{*(2)} \tau_0^{(2)}$), то для расчета $G_1(\tau)$ в среде с поглощением можно применять те же формулы, что и в среде без поглощения, заменив τ на $\tau + T$.

В общем случае $T_1 \neq T_2$ ситуация усложняется и не может быть сведена к простому сдвигу шкалы времени. Оказывается, что при определенном значении временной задержки $\tau = \tau_1$, а именно, при

$$\tau_1 = \frac{\ell^{*(1)} \ell^{*(2)}}{2k^2} \cdot \frac{\mu_a^{(2)} \ell^{*(1)} - \mu_a^{(1)} \ell^{*(2)}}{D_B^{(1)} \ell^{*(2)2} - D_B^{(2)} \ell^{*(1)2}}, \quad (2.32)$$

выполняется условие $\alpha_1(\tau_1) = \alpha_2(\tau_1)$. Это означает, что $G_1(\mathbf{r}, \tau)$, измеряемая в фиксированной точке $\mathbf{r}$ при неизменном положении источника излучения, но при различных положениях, размерах и формах неоднородной области, должна при $\tau = \tau_1$ принимать одно и то же значение, не зависящее от положения, размера и формы включения и определяемое только параметрами $\ell^{*(1,2)}$, $D_B^{(1,2)}$, $\mu_a^{(1,2)}$ случайно-неоднородной среды вне и внутри V_1 .

Полученный выше результат можно качественно объяснить следующим образом. При $\mu_a^{(1)} \neq \mu_a^{(2)}$ средняя интенсивность рассеянного света в точке $\mathbf{r}$ — $G_1(\mathbf{r}, 0)$ — будет зависеть от положения неоднородного включения, от его формы и размера. В то же время, скорость убывания $G_1(\mathbf{r}, \tau)$ с ростом τ также будет различной для разных включений. Поэтому кривые $G_1(\mathbf{r}, \tau)$, соответствующие различным включениям, будут иметь различные значения $G_1(\mathbf{r}, 0)$ и будут убывать с разной скоростью при увеличении τ . Это означает, что при определенных условиях они

могут пересечься. Значение τ , при котором произойдет это пересечение, дается формулой (2.32).

Заметим, что в частном случае $\ell^{*(1)} = \ell^{*(2)} = \ell^*$ выражение (2.32) упрощается:

$$\tau_1 = -\frac{\ell^*}{2k^2} \cdot \frac{\Delta\mu_a}{\Delta D_B}. \quad (2.33)$$

Здесь $\Delta\mu_a = \mu_a^{(2)} - \mu_a^{(1)}$ и $\Delta D_B = D_B^{(2)} - D_B^{(1)}$ — отклонения коэффициента поглощения света и коэффициента диффузии частиц внутри включения от их значений в окружающей включение среде. Из формулы (2.33) следует, что пересечение кривых $G_1(\mathbf{r}, \tau)$, соответствующих различным положениям, размерам и/или формам включения V_1 будет иметь место только при условии, что $\Delta\mu_a$ и ΔD_B имеют разные знаки. В этом случае точка пересечения будет определяться только отношением $\Delta\mu_a/\Delta D_B$, которое, таким образом, может быть экспериментально измерено без знания конкретных геометрических параметров неоднородной области.

Для иллюстрации сделанных выводов, рассмотрим трехслойную среду, аналогичную рассмотренной в п. 2.2.4 за исключением того, что среда внутри включения имеет ненулевой коэффициент поглощения света ($\mu_a^{(2)} \neq 0$). Автокорреляционные функции $G_1^B(\tau)$ диффузно отраженного света для этого случая можно рассчитать с помощью формул (2.24, 2.28). Результат расчета для различных положений неоднородной области показан на рис. 2.4. Видно, что выводы, сделанные для включений произвольной формы, в случае плоскопараллельного включения хорошо подтверждаются точным расчетом.

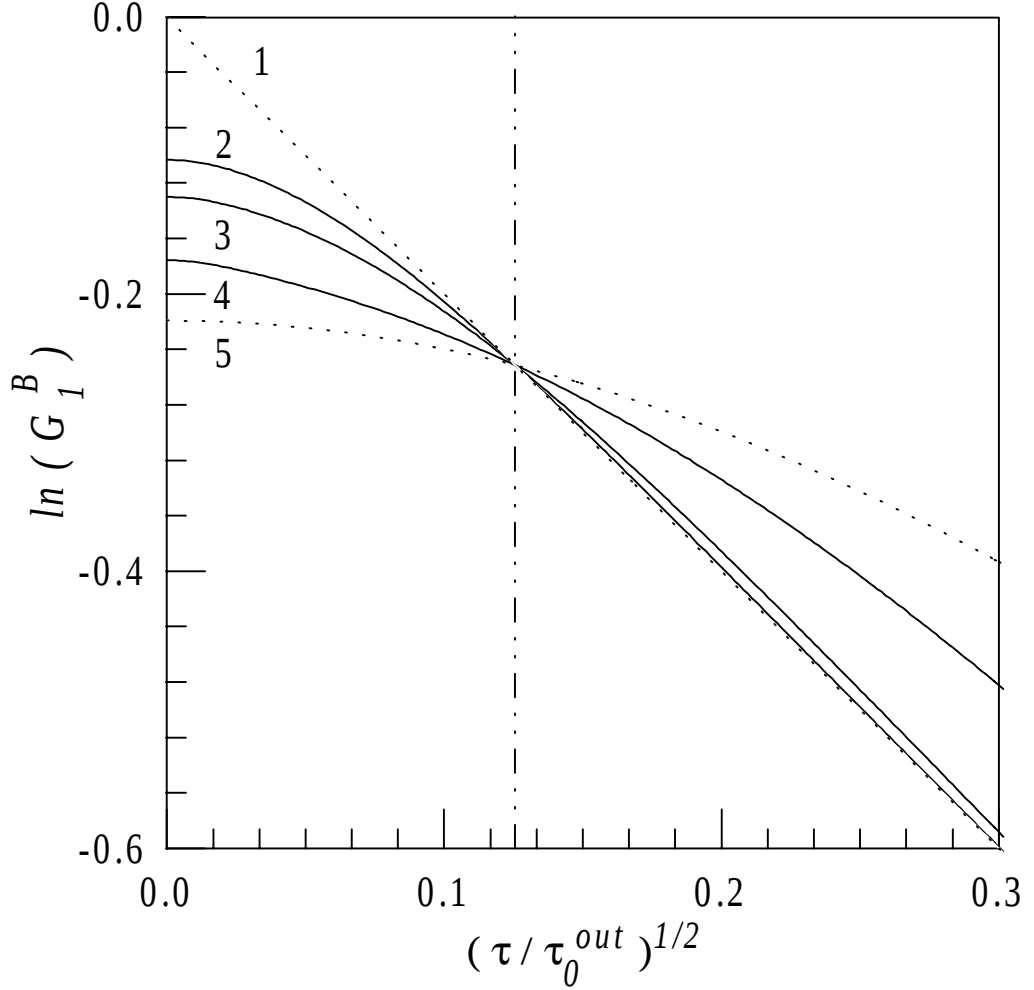


Рис. 2.4: Временные автокорреляционные функции $G_1^B(\tau)$ диффузно отраженного света для различных положений z плоскопараллельного включения толщины $\Delta_2 = 10\ell^*$, находящегося внутри слоя случайно-неоднородной среды толщины $L = 100\ell^*$; $\tau_0^{(2)} = 20\tau_0^{(1)}$, $T_2 = 1.5 \times 10^{-2}\tau_0^{(2)}$. Включение отсутствует (1); включение находится на глубине $z = 11\ell^*$ (2), $7\ell^*$ (3), $3\ell^*$ (4); включение занимает весь образец ($\Delta_2 = L$) (5). Вертикальной линией показано $\tau = \tau_1$. Для удобства все кривые нормированы на $G_1^B(0)$ в отсутствие включения.

2.3 Метод Монте-Карло в задаче о динамическом многократном рассеянии света

Модель многослойной случайно-неоднородной среды представляется удобной для того, чтобы на ее примере установить границы применимости диффузионного уравнения (2.4). С этой целью мы провели моделирование динамического многократного рассеяния в слое случайно-неоднородной среды толщины L и сравнили результаты расчетов с полученными в предыдущем разделе формулами.

2.3.1 Принцип моделирования

Применение метода Монте-Карло для расчета временной автокорреляционной функции многократно рассеянного в случайно-неоднородной среде излучения основывается на численном вычислении интеграла по траекториям (1.47) (см. п. 1.1.3.1):

$$G_1(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} I(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, n) \langle \exp \{i \Delta \varphi_n(\tau)\} \rangle. \quad (2.34)$$

Для этого моделируется распространение фотонов вдоль N случайных траекторий в среде, для каждой из которых вычисляется разность фаз $\Delta \varphi_m(\tau)$ ($m = 1, \dots, N$) двух фотонов, рассеивающихся вдоль этой траектории в моменты времени, разделенные промежутком τ . Типичная траектория, полученная в одном из наших численных экспериментов, представлена на рис. 2.5.

$\Delta \varphi_m(\tau)$ вычисляется с учетом динамики частиц, на которых происходит рассеяние. Важно отметить, что при таком подходе можно задать любую, сколь угодно сложную, зависимость скоростей частиц от их положения в пространстве. Скорости могут иметь как случайную, так и регулярную составляющие, возможно моделирование рассеяния на частицах с коррелированными скоростями и т.п. После вычисления $\Delta \varphi_m(\tau)$ производится суммирование выражений $\exp \{i \Delta \varphi_m(\tau)\}$ по всем

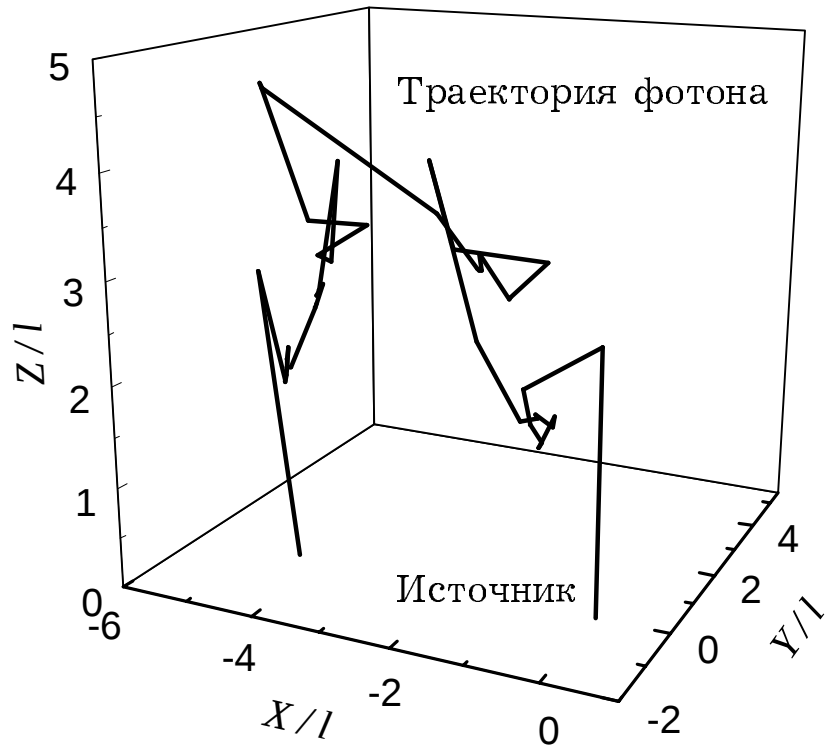


Рис. 2.5: Типичная траектория фотона в случайно-неоднородной многократно рассеивающей излучение среде, содержащей точечные рассеиватели. Источник излучения расположен в начале координат, начальное направление распространения света параллельно оси z . В каждом из узлов изображенной ломаной линии происходит рассеяние фотона на частице среды, в результате которого направление его распространения меняется случайным образом. Блуждая некоторое время внутри среды, фотон в итоге покидает ее, претерпев достаточно большое число актов однократного рассеяния (46 для изображенной траектории).

$m = 1, \dots, N$. При этом одновременно осуществляется как усреднение по всем траекториям заданной длины n ($\langle \dots \rangle$ в формуле (2.34)), так и суммирование по всем $n = 1, \dots, \infty$.

Моделирование распространения света мы проводили аналогично тому, как это делается при моделировании рассеяния на ансамбле неподвижных рассеивателей (см. раздел 1.1.3.3) [95, 96, 99, 146]. На входе в среду направление волнового вектора фотона $\mathbf{k}$ определяется источником излучения и может быть как случайным (точечный источник или ограниченный лазерный пучок), так и строго заданным (плоская волна). Изменение направления $\mathbf{k}$ в каждом акте рассеяния является случайным, а плотность вероятности рассеяния фотона на угол θ определяется фазовой функцией (см. п. 1.1.2.1 и приложение А). Между последовательными актами рассеяния фотон проходит расстояние z_1 , причем вероятность того, что это расстояние окажется в интервале от z до $z+dz$ есть $p(z) = \ell^{-1} \exp(-z/\ell) dz$, $\ell = (\mu_s)^{-1}$, μ_s — коэффициент рассеяния (см. п. 1.1.2.1). Длина пробега фотона между последовательными актами рассеяния, таким образом, есть $z_1 = -\ell \ln R_1$, а направление движения фотона после акта рассеяния определяется широтой θ , вычисляемой в соответствии с фазовой функцией $p(\cos \theta)$, и долготой $\phi = 2\pi R_2$. Здесь $R_{1,2}$ — случайные числа, равномерно распределенные в интервале $[0,1]$.

Поглощение излучения может быть легко учтено нашей моделью. Если коэффициенты рассеяния и поглощения равны μ_s и μ_a , соответственно, то альбедо однократного рассеяния есть $W_0 = \mu_s/(\mu_a + \mu_s)$. Тогда вероятность поглощения фотона при “столкновении” с частицей среды равна $1 - W_0$. При этом можно учесть возможность поглощения фотона как самими частицами, так и жидкостью (газом), в которой частицы взвешены.

2.3.2 Изотропное рассеяние

Применим метод Монте-Карло для расчета временной автокорреляционной функции света, рассеянного назад от слоя случайно-неоднородной среды. Для этого мы моделируем распространение в среде некоторого числа N фотонов, ограничиваясь $N = 5 \times 10^4$.

Если на среду падает плоская волна, то G_1 не зависит от положения точки $\mathbf{r}$ на поверхности среды, в которой производятся ее измерения, т.е. $G_1(\mathbf{r}, \tau) \equiv G_1(\tau)$. Аналитический результат, соответствующий такому случаю, дается формулами (2.24, 2.26). Положим для определенности $L = 10\ell^*$ и остановимся сначала на случае точечных рассеивателей, не поглощающих свет ($g = 0$, $\ell^* = \ell$, $\mu_a = 0$).

Метод Монте-Карло позволяет нам изучить роль различных порядков рассеяния. На рис. 2.6 изображена нормированная временная автокорреляционная функция диффузно отраженного света $g_1(\tau) = G_1(\tau)/G_1(0)$. Кривые (1), (10) и (100) соответствуют корреляционным функциям, рассчитанным с учетом вкладов фотонов, порядок рассеяния которых n меньше или равен 1, 10, 100, соответственно. Кривая (∞) построена с учетом вкладов всех фотонов, а кривая (-1) — без учета вклада процессов однократного рассеяния. Видно, что чем больше наивысший из учтенных порядков рассеяния, тем быстрее спадает корреляционная функция с увеличением τ . Кроме того, корреляционная функция (1), соответствующая однократному рассеянию, спадает почти экспоненциально с ростом τ/τ_0 (кривая (1) близка к параболе), а g_1 , полученная с учетом всех порядков рассеяния, убывает почти экспоненциально как функция $(\tau/\tau_0)^{1/2}$ (кривая (∞) — почти прямая линия). Такое поведение временной автокорреляционной функции хорошо согласуется с известными теоретическими и экспериментальными результатами [26, 89].

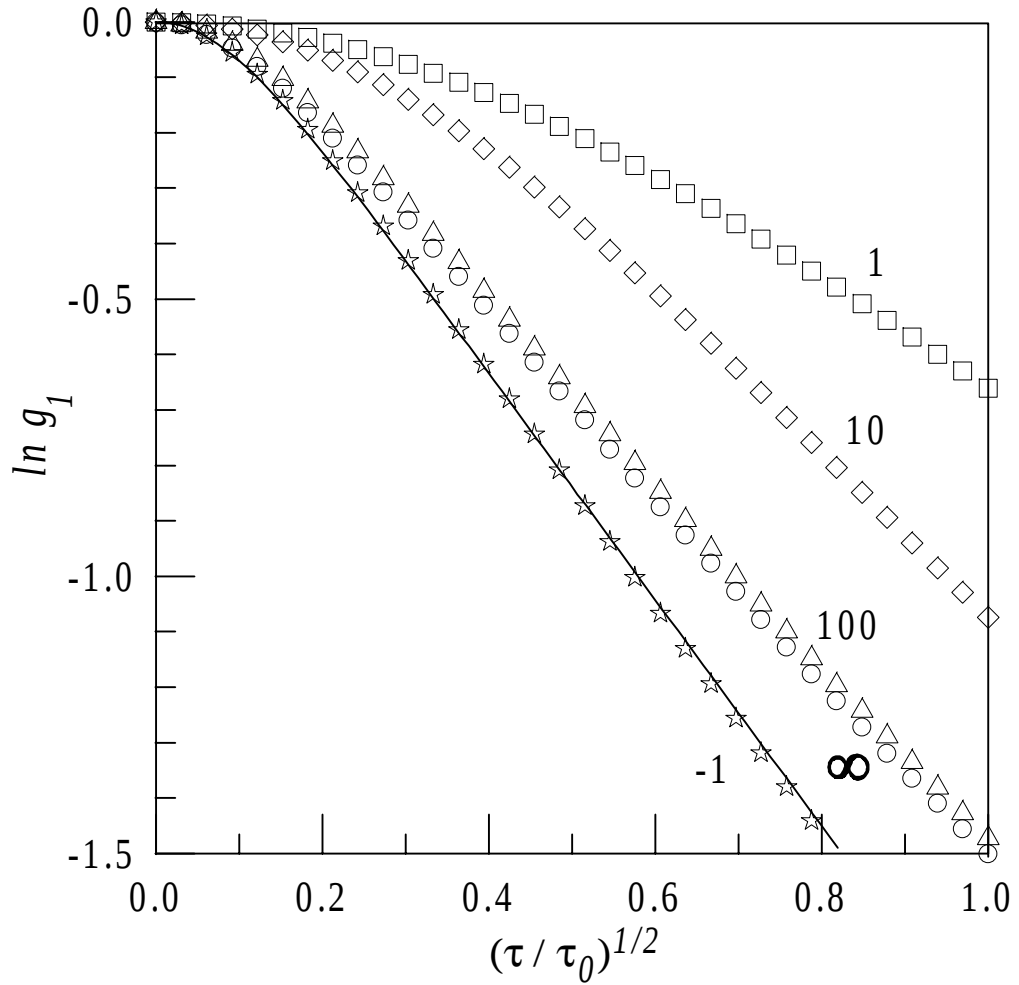


Рис. 2.6: Нормированная временная автокорреляционная функция диффузно отраженного света для $L = 10\ell^*$. Результаты численного моделирования: однократное рассеяние (1), порядок рассеяния $n \leq 10$ (10), $n \leq 100$ (100), с учетом всех порядков рассеяния (∞), без учета однократного рассеяния (-1). Сплошная линия — аналитический результат.

Реально измеряемой величине соответствует кривая (∞) .¹ Из рис. 2.6 видно, что аналитические результаты (сплошная линия) и кривая (∞) достаточно сильно расходятся, т.е. диффузионное приближение оказывается неприемлемым для описания временной корреляционной функции рассеянного назад света. В то же время, если мы исключаем вклад процессов однократного рассеяния (кривая (-1)), то результаты метода Монте-Карло отлично согласуются с аналитическими. Другими словами, диффузионное приближение хорошо описывает временную корреляцию диффузно отраженного света в ситуациях, когда роль процессов рассеяния низкого порядка пренебрежимо мала.

2.3.3 Анизотропное рассеяние

Перейдем теперь к рассмотрению анизотропного рассеяния ($0 < g < 1$). В этом случае транспортная длина свободного пробега фотона ℓ^* , являющаяся характерным масштабом задачи, уже не равна средней длине свободного пробега ℓ . Из формул (2.24, 2.26) следует, что имеет место определенное подобие: результаты для случая $g \neq 0$ могут быть получены из результатов, соответствующих $g = 0$, путем замены ℓ на ℓ^* . Этот вывод подтверждается результатами проведенного нами численного моделирования, представленными на 2.7.

При условии, что отношение ширины слоя случайно-неоднородной среды L к ℓ^* сохраняется постоянным (для кривых на рис. 2.7 $L/\ell^* = 10$), моделирование, проведенное для различных значений параметра анизотропии рассеяния ($g = 0, 0.5$ и 0.9), дает почти совпадающие результаты. Подчеркнем, что для $g = 0, 0.5, 0.9$ моделирование проводилось при различных значениях *физической* толщины слоя L ($L = 10\ell, 20\ell, 100\ell$, соответственно). Как видно из рис. 2.7, аналитические

¹За исключением тех случаев, когда предпринимаются специальные меры для уменьшения роли процессов рассеяния низких порядков.

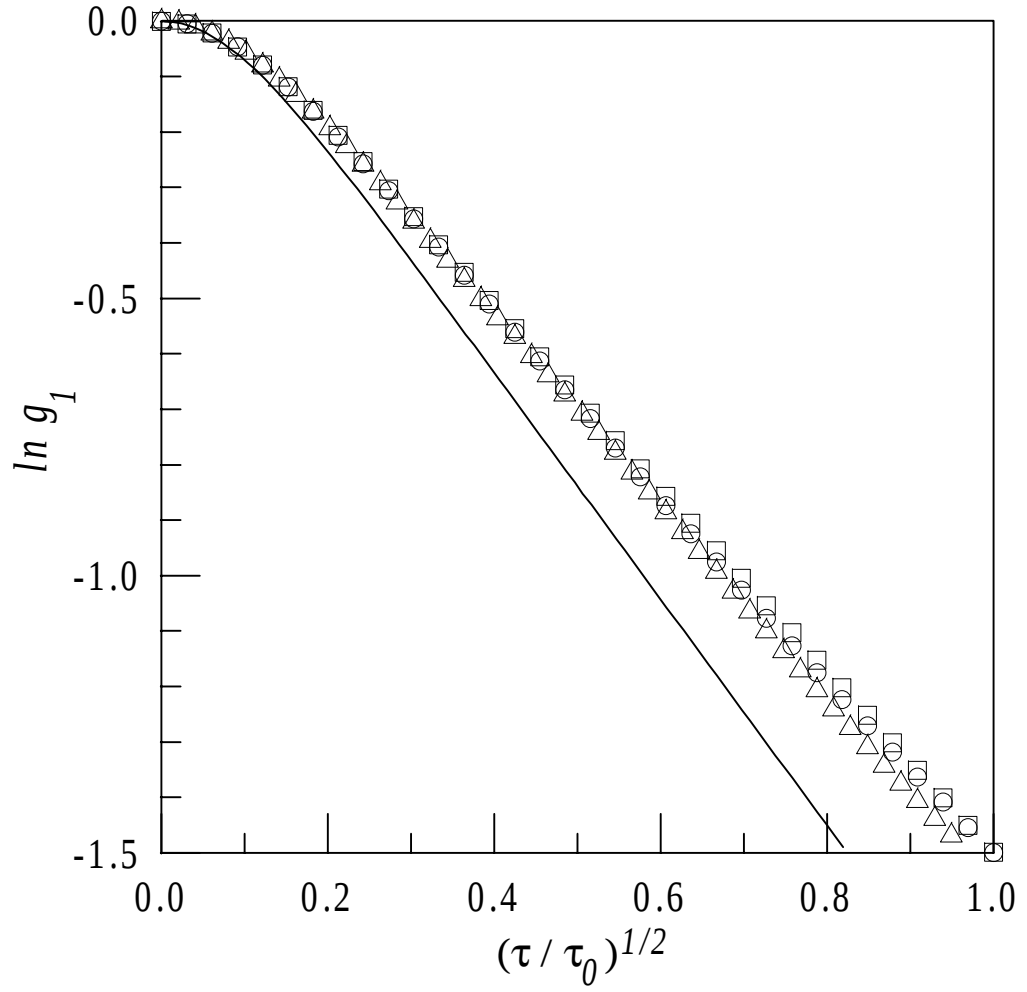


Рис. 2.7: Нормированная временная автокорреляционная функция диффузно отраженного света для $L = 10\ell^*$ при различных значениях параметра анизотропии g : $g = 0$ ($\circ$), $g = 0.5$ (квадраты), $g = 0.9$ ($\triangle$). Сплошная линия — аналитический результат.

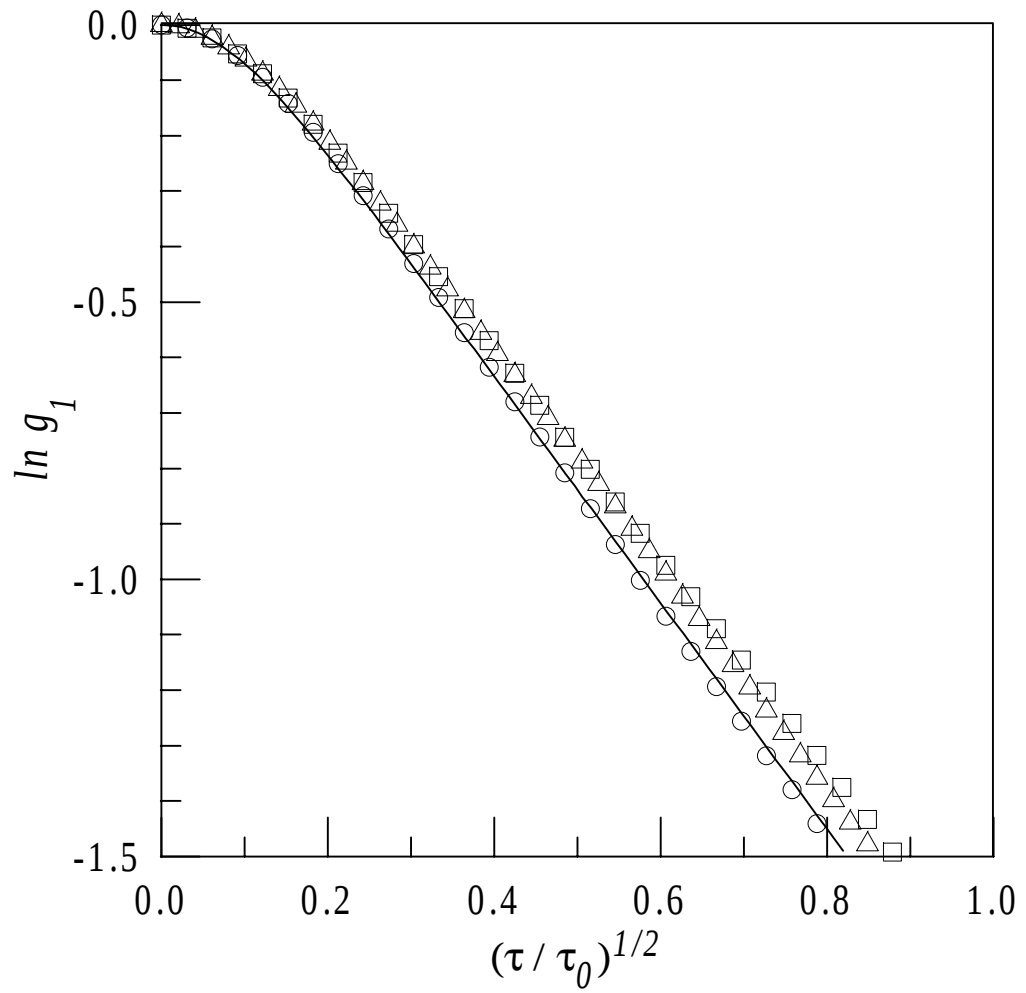


Рис. 2.8: Нормированная временная автокорреляционная функция диффузно отраженного света, рассчитанная без учета процессов рассеяния низких порядков для $L = 10\ell^*$ при различных значениях параметра анизотропии g : $g = 0$ ($\bigcirc$), $g = 0.5$ (квадраты), $g = 0.9$ ($\triangle$). Сплошная линия — аналитический результат.

формулы (2.24, 2.26), полученные на основе диффузионного приближения, и численное моделирование методом Монте-Карло дают различные результаты. Как и ранее, это связано с тем, что в диффузионном приближении вклад процессов рассеяния низких порядков описывается неверно. Если, однако, мы искусственно устраним фотоны, рассеявшиеся небольшое число раз $n \leq n_0 = \ell^*/\ell$ ($n_0 = 1$ при $g = 0$, $n_0 = 2$ при $g = 0.5$ и $n_0 = 10$ при $g = 0.9$), аналитические результаты достаточно хорошо согласуются с численными (см. рис. 2.8).

Можно, таким образом, сделать вывод о том, что уравнение диффузии для временной автокорреляционной функции должно хорошо описывать только те реальные эксперименты, в которых роль процессов рассеяния низкого порядка незначительна.

Выводы к главе II

1. При условии $\lambda \ll \ell^* \ll L$ (где λ — длина волны излучения, ℓ^* — транспортная длина свободного пробега фотона в среде, L — характерный размер образца случайно-неоднородной среды) и для малых временных задержек $\tau \ll \tau_0 = (4k^2 D_B)^{-1}$ ($k = 2\pi/\lambda$, D_B — коэффициент диффузии частиц среды) временная автокорреляционная функция поля многократно рассеянной световой волны $G_1(\mathbf{r}, \tau)$ приближенно описывается уравнением диффузии с коэффициентом поглощения, зависящим от τ . Это уравнение может быть получено как из уравнения переноса, так и методом диаграмм или с использованием концепции интегралов по траекториям.
2. Диффузионное уравнение для $G_1(\mathbf{r}, \tau)$ позволяет сравнительно легко анализировать динамическое многократное рассеяние света в средах с макроскопически неоднородной динамикой рассеивателей. В частности, для многослойной среды можно получить общие

формулы, описывающие временную автокорреляционную функцию рассеянного назад (диффузно отраженного) и прошедшего излучения.

3. Теоретический расчет показывает, что измерения G_1 позволяют получать информацию о положении, размере и характеристиках динамически неоднородного слоя, помещенного в случайно-неоднородную мутную среду.
 4. Наличие разницы между коэффициентами поглощения динамически неоднородной области и остальной среды открывает дополнительные возможности для получения информации об этой области на основе экспериментально измеренных корреляционных функций $G_1(\mathbf{r}, \tau)$.
 5. Методом Монте-Карло установлено, что диффузионное приближение дает верные результаты для временной корреляционной функции рассеянного излучения только в ситуациях, когда роль процессов рассеяния низкого порядка пренебрежимо мала. В противном случае диффузионное приближение оказывается недостаточно точным для количественного описания $G_1(\mathbf{r}, \tau)$.
-