

# Глава III

## Возможности локализации и диагностики динамических неоднородностей в мутных средах

В последние годы большое внимание уделяется возможности построения изображений неоднородных областей в многократно рассеивающих свет средах. В работах [147–151], например, показано, что если небольшая область в глубине образца мутной среды отличается от остального объема образца большим (или меньшим) коэффициентом рассеяния света  $\mu'_s$  (или коэффициентом поглощения света  $\mu_a$ ), то измерения интенсивности рассеянного света позволяют определить параметры неоднородной области ( $\mu'_s$ ,  $\mu_a$ , размер, форму, положение) и, в конечном итоге, построить ее “изображение”. Методы такой томографии в условиях многократного рассеяния основаны, в основном, на использовании уравнения диффузии (1.36) для средней интенсивности  $U(\mathbf{r},t)$  излучения в среде [152–154].

В виду обсуждавшейся в п. 2.1.1 аналогии между уравнениями диффузии для  $U(\mathbf{r},t)$  и  $G_1(\mathbf{r},\tau)$ , представляется интересным рассмотреть возможность определения параметров “динамически неоднородных” областей случайно-неоднородной среды с использованием методов ДВС. Здесь и далее под динамически неоднородной областью (или, для краткости, под динамической неоднородностью) мы будем понимать область случайно-неоднородной среды, отличающуюся от осталь-

ного объема образца только динамикой составляющих ее частиц.

### 3.1 Диффузия временной корреляции с учетом направленных потоков рассеивателей

Обсуждавшийся в предыдущей главе подход, основанный на использовании уравнения диффузии (2.4), позволяет, в принципе, рассматривать среды со сколь угодно сложной динамической структурой. Однако, в п. 2.1.1 его применение было до конца обосновано лишь для случая броуновского движения рассеивателей, что ограничивает область применимости уравнения (2.4). В настоящем разделе мы обобщим уравнение диффузии (2.4)

$$[\nabla^2 - \alpha^2(\tau)] G_1(\mathbf{r}, \tau) = -\frac{c S_0(\mathbf{r})}{D_p} \quad (3.1)$$

на случай, когда в среде имеются направленные потоки рассеивателей.

Основываясь на изложенном в пп. 1.1.3, 1.2.2, выражение (2.5) для  $\alpha^2(\tau)$  можно переписать в виде

$$\alpha^2(\tau) = \frac{3\mu_a}{\ell^*} + \frac{3}{2\ell^{*2}} \cdot \frac{\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle}{n}. \quad (3.2)$$

Одним из важных условий того, чтобы уравнение для  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$  можно было записать в виде (3.1), является тот факт, чтобы усредненная по всем траекториям, включающим  $n$  актов рассеяния, дисперсия разности фаз  $\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle$  между двумя фотонами, рассеявшимися вдоль одной и той же траектории в моменты времени, разделенные промежутком  $\tau$ , была пропорциональна  $n$ . Это условие выполняется, очевидно, не только в случае броуновского движения (см. (1.50)), но и в случае ламинарного сдвигового (см. (1.63)) или пуазейлевского (см. п. 1.2.2.2) потоков рассеивателей.

Поэтому вывод уравнения (3.1), представленный в п. 2.1.1, остается в силе и в случае, когда в среде имеются направленные потоки рассеивающих свет частиц. Теперь, однако, выражение для  $\alpha^2(\tau)$  должно быть получено с учетом конкретной геометрии потока. Предположим, что направленное движение рассеивателей и их хаотическое броуновское блуждание, которое всегда неизбежно присутствует, можно считать независимыми. Тогда  $\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle = \langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle^{(B)} + \langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle^{(F)}$ , где первое слагаемое описывает влияние броуновского движения, а второе — влияние направленного потока рассеивателей.  $\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle^{(B)}$  дается выражением (1.50), а  $\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle^{(F)}$  — выражением (1.63). В результате, из (3.2) получаем

$$\alpha^2(\tau) = \frac{3\mu_a}{\ell^*} + \frac{3\tau}{2\tau_0\ell^{*2}} + 6 \left( \frac{\tau}{\tau_f\ell^*} \right)^2, \quad (3.3)$$

где характерное время  $\tau_f$  определяется среднеквадратичным градиентом  $\Gamma_{eff} = \langle (\nabla \mathbf{v}(\mathbf{r}))^2 \rangle^{1/2}$  распределения скорости  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  в потоке (см. пп. 1.2.2.1, 1.2.2.2):

$$\tau_f = \frac{\sqrt{30}}{k\ell^*\Gamma_{eff}}. \quad (3.4)$$

Поскольку выражение (1.63) для  $\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle$  в случае ламинарного (сдвигового или пуазейлевского) потока рассеивателей было получено в предположении, что на расстояниях порядка  $\ell^*$  скорость потока меняется незначительно, и что  $\tau < \tau_{s,p}$ , выражение (3.3) будет верным при тех же условиях (т.е. в потоках с плавным изменением профиля скорости и при  $\tau < \tau_f$ ).

## 3.2 Теоретический анализ

Применим описанную выше теоретическую модель динамического многократного рассеяния для нахождения временной корреляцион-

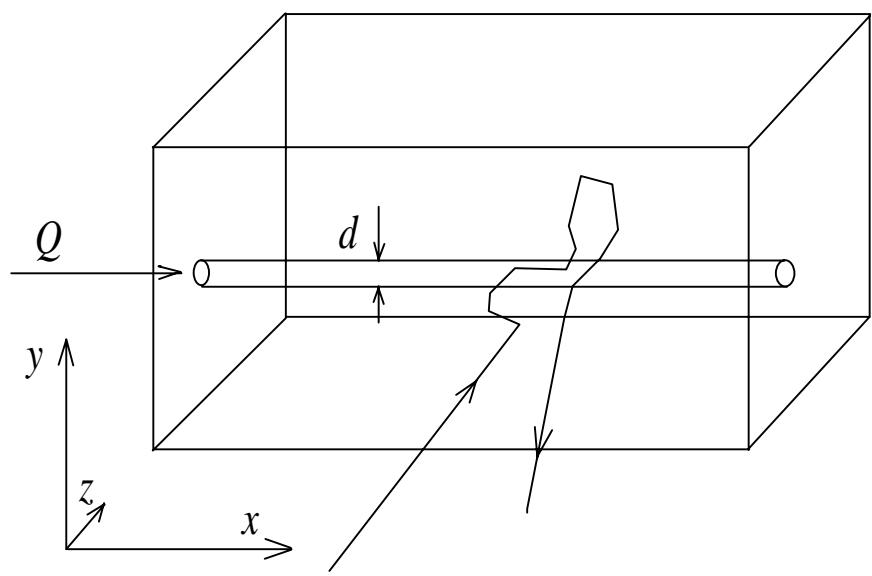


Рис. 3.1: Схема эксперимента, в котором на случайно-неоднородную среду падает “широкий” лазерный пучок. Показана одна из возможных траекторий многократно рассеянного в среде фотона.

ной функции света, многократно рассеянного в случайно-неоднородной среде с пространственно локализованным потоком рассеивателей. Схема рассматриваемого эксперимента представлена на рис. 3.1. Случайно-неоднородная среда заполняет полупространство  $z > 0$ . В среде имеется скрытое включение в виде цилиндрического капилляра диаметра  $d = 2a$ , направленного вдоль оси  $x$  и расположенного на расстоянии  $z$  от границы среды. Ограничимся случаем, когда транспортная длина свободного пробега фотона  $\ell^*$  постоянна по всей среде и  $d > \ell^*$ . Через  $S_1$  обозначим поверхность капилляра, а через  $V_1$  — ограниченный им объем. Пусть в капилляре имеется направленный поток рассеивателей, а во всей остальной среде рассеиватели движутся как броуновские частицы. Тогда в уравнении (3.1) можно ввести пространственную зависимость члена  $\alpha^2(\tau)$  в виде

$$\alpha^2(\tau) = \begin{cases} \alpha_{in}^2(\tau) = 3\tau/(2\tau_0^{in}\ell^{*2}) + 6(\tau/(\tau_f\ell^*))^2, & \mathbf{r} \in V_1, \\ \alpha_{out}^2(\tau) = 3\tau/(2\tau_0^{out}\ell^{*2}), & \mathbf{r} \notin V_1. \end{cases} \quad (3.5)$$

Здесь и далее индексы “*in*”, “*out*” обозначают, что соответствующий параметр относится к области внутри или вне капилляра, соответственно.

### 3.2.1 Расчет $\tau_f$

Характерное время  $\tau_f$ , определяющее потерю корреляции, обусловленную направленным движением рассеивателей, дается выражением (3.4). В рассматриваемом нами случае естественно предположить, что распределение скорости потока внутри цилиндрического капилляра будет пуазейлевским (параболическим):

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = v_{max} \left\{ 1 - \left( \frac{\rho}{a} \right)^2 \right\} \hat{e}_x, \quad (3.6)$$

где  $\rho$  — расстояние от оси капилляра до точки  $\mathbf{r}$ ,  $v_{max}$  — максимальная скорость в потоке, достигаемая на оси капилляра. Среднеквадратич-

ный градиент скорости потока, вычисленный с использованием (3.6), оказывается равным

$$\Gamma_{eff} = \left[ \frac{1}{\pi a^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^a \rho d\rho (\nabla \mathbf{v}(\mathbf{r}))^2 \right]^{1/2} = \sqrt{2} \frac{v_{max}}{a} = 2\sqrt{2} \frac{\langle v \rangle}{a} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{Q}{a^3}, \quad (3.7)$$

где  $\langle v \rangle$  — средняя скорость рассеивателей в потоке, и  $Q = \pi a^2 \langle v \rangle$  — объемный расход жидкости, равный ее объему, проходящему через сечение капилляра в единицу времени.

Изложенная постановка задачи означает, что мы считаем дополнительную потерю корреляции фотонов в области локализации потока зависящей только от общей длины их траекторий внутри объема  $V_1$ , а не от конкретных форм их траекторий. Именно такое упрощение реальной ситуации лежит в основе диффузационного приближения в среде с потоками рассеивателей. Указанное приближение верно только при  $d > \ell^*$  и только для тех фотонов, которые имеют достаточно длинные траектории.

Из выражений (3.4, 3.7) окончательно получаем

$$\tau_f = \frac{\sqrt{15}a}{k\ell^* v_{max}} = \frac{\sqrt{15}a}{2k\ell^* \langle v \rangle} = \frac{\pi\sqrt{15}a^3}{2k\ell^* Q}. \quad (3.8)$$

### 3.2.2 Границные условия и источники излучения

Границные условия на поверхности  $S_1$  капилляра следуют из (2.8, 2.9) при  $D_p^{(n)} = D_p^{(m)}$ ,  $n = "in"$ ,  $m = "out"$ :

$$G_1^{in}(\mathbf{r}, \tau) = G_1^{out}(\mathbf{r}, \tau), \quad \mathbf{r} \in S_1, \quad (3.9)$$

$$(\hat{n} \cdot \nabla G_1^{in}(\mathbf{r}, \tau)) = (\hat{n} \cdot \nabla G_1^{out}(\mathbf{r}, \tau)), \quad \mathbf{r} \in S_1, \quad (3.10)$$

где  $G_1^{in,out}(\mathbf{r}, \tau)$  — решения уравнения (3.1) внутри и вне объема  $V_1$ , соответственно. Условие для  $G_1^{out}$  на границе  $S$  среды имеет обычный вид (см. п. 2.1.2):

$$G_1^{out}(\mathbf{r}, \tau) - \Delta \cdot \ell^* (\hat{n} \cdot \nabla G_1^{out}(\mathbf{r}, \tau)) = 0, \quad \mathbf{r} \in S, \quad (3.11)$$

В уравнениях (3.10, 3.11)  $\hat{n}$  — внутренняя единичная нормаль к поверхностям  $S_1$  и  $S$ , соответственно.

Для завершения математической постановки задачи необходимо задать распределение  $S_0(\mathbf{r})$  источников света в среде. В эксперименте образец обычно освещается лазерным пучком конечной ширины  $b$ . Наиболее просто теоретическому описанию поддаются случаи  $b \gg \ell^*$  и  $b < \ell^*$ , так как в первом случае можно приближенно считать, что на поверхность среды падает плоская волна (см. рис. 3.1), а во втором — рассматривать точечный источник излучения, положение которого на поверхности среды определяется его координатой  $y_s$  (см. рис. 3.2). Учитывая, что когерентное лазерное излучение преобразуется в диффузное на глубине  $z_0 \sim \ell^*$  [10] (см. также п. 2.2.1), запишем функцию источника в уравнении (3.1) в виде

$$S_0(\mathbf{r}) \simeq \begin{cases} s_0\delta(z - z_0), & b \gg \ell^*, \\ s_0\delta^3(\mathbf{r} - \{0, y_s, z_0\}), & b < \ell^*. \end{cases} \quad (3.12)$$

### 3.2.3 Аналитические выражения для $G_1(\tau)$

Найдем сначала временную автокорреляционную функцию диффузно отраженного света в отсутствие капилляра (макроскопически однородная среда,  $\alpha_{in} = \alpha_{out}$ ). Для этого решаем уравнение (3.1) с граничным условием (3.11) и в найденное решение подставляем  $\mathbf{r} = \{x, y, \ell^*\}$ . Координата  $z$  детектора положена равной  $\ell^*$ , поскольку именно вблизи плоскости  $z = \ell^*$  рассеянное излучение претерпевает последний акт рассеяния. В пределе  $\tau \ll \tau_0$  получаем

$$G_1^{(0)}(\tau) = 3s_0 \exp\{-\gamma \cdot \alpha_{out} \ell^*\} \quad (3.13)$$

при  $b \gg \ell^*$  и

$$\begin{aligned} G_1^{(0)}(x, y, \tau) &= \\ &= \frac{3s_0}{4\pi\ell^*} \left\{ \frac{\exp(-\alpha_{out}\rho)}{\rho} - \frac{\exp(-\alpha_{out}\sqrt{\rho^2 + 4\gamma^2\ell^{*2}})}{\sqrt{\rho^2 + 4\gamma^2\ell^{*2}}} \right\} \end{aligned} \quad (3.14)$$

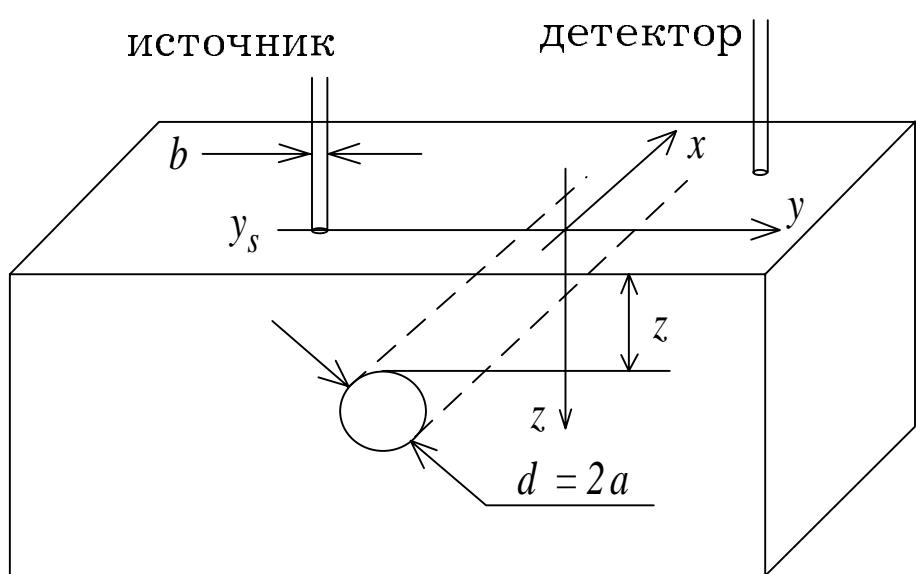


Рис. 3.2: Схема эксперимента, в котором подвод излучения к среде и регистрация рассеянного света проводятся с использованием оптических световодов.

при  $b < \ell^*$ . В этих формулах  $\gamma = 1 + \Delta$  — численная константа порядка двух,  $\rho = (x^2 + (y - y_s)^2)^{1/2}$  (см. рис. 3.2) и источник света предполагается расположенным в точке  $(0, y_s)$  на поверхности среды. Индекс  $(0)$  временнóй автокорреляционной функции  $G_1^{(0)}$  обозначает ее соответствие макроскопически однородному случаю.

Результаты (3.13, 3.14) были получены ранее другими методами (см. п. 1.2.1), а также подтверждены экспериментально [89, 90]. Отметим, что корреляционная функция (3.13) не зависит ни от положения  $\{x, y\}$  детектора на поверхности среды, ни от величины транспортной длины свободного пробега фотона  $\ell^*$ .

Пусть теперь в капилляре имеется ламинарный поток рассеивающих свет частиц. В этом случае запишем решение уравнения (3.1) с граничными условиями (3.9, 3.10) на поверхности  $S_1$  капилляра в виде  $G_1 = G_1^{(0)} + G_1^{(s)}$ , где второе слагаемое, описывающее влияние потока на корреляционную функцию, можно рассматривать как “рассеянную” волну (в виду аналогии между уравнением диффузии (3.1) и волновым уравнением Гельмгольца<sup>1</sup>). Выражение для этого члена может быть найдено путем формального решения уравнения диффузии [76, 77, 155] и совпадает по форме с выражением для электромагнитной волны, рассеянной на диэлектрическом цилиндре [2] с точностью до замены волновых чисел  $K_{in,out}$  внутри и вне рассеивателя на  $i\alpha_{in,out}(\tau)$ , соответственно. При  $b \gg \ell^*$  получаем результат, аналогичный результату, описывающему рассеяние плоской волны:

$$G_1^{(s)}(y, \tau) = -\frac{3s_0(h - z_0)}{2\pi\ell^*} \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp}{\cos p} \cos(n(p - \theta)) \\ \times f_n \left( \alpha_{out} \frac{h - z_0}{\cos p}, \alpha_{out} \sqrt{h^2 + y^2}, \alpha_{out} a, \alpha_{in} a \right), \quad (3.15)$$

---

<sup>1</sup>Уравнение (3.1) можно рассматривать как уравнение Гельмгольца  $[\nabla^2 + K^2(\tau)] G_1(\mathbf{r}, \tau) = -c S_0(\mathbf{r})/D_p$  с мнимым волновым числом  $K(\tau) = i\alpha(\tau)$ .

где

$$f_n(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4) = K_n(\xi_1) K_n(\xi_2) \left[ \frac{\xi_3 I'_n(\xi_3) I_n(\xi_4) - \xi_4 I_n(\xi_3) I'_n(\xi_4)}{\xi_3 K'_n(\xi_3) I_n(\xi_4) - \xi_4 K_n(\xi_3) I'_n(\xi_4)} \right], \quad (3.16)$$

$I_n$ ,  $K_n$  — модифицированные функции Бесселя, штрих обозначает дифференцирование соответствующей функции по ее аргументу,  $h = z + a$  и  $\theta = \arctg(y/h)$ . При  $b < \ell^*$  результат аналогичен (в описанном выше смысле) выражению для электрического поля в сферической волне, рассеянной на цилиндрическом рассеивателе:

$$G_1^{(s)}(x, y, \tau) = -\frac{3s_0}{2\pi^2 \ell^*} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} dp \cos(n\theta) \cos(px) \\ \times f_n \left( r \sqrt{p^2 + \alpha_{out}^2}, r_s \sqrt{p^2 + \alpha_{out}^2}, a \sqrt{p^2 + \alpha_{out}^2}, a \sqrt{p^2 + \alpha_{in}^2} \right), \quad (3.17)$$

где  $r = (h^2 + y^2)^{1/2}$  и  $r_s = (h^2 + y_s^2)^{1/2}$ .

Теперь необходимо удовлетворить условию (3.11) на границе  $S$  среды. Для этого мы приближенно заменяем (3.11) нулевым условием для  $G_1$  на экстраполированной границе (см. п. 1.1.2.4)  $z = -z_1 = -\Delta \cdot \ell^*$  и применяем метод изображений [76], подобно тому, как это обычно делают в задачах электростатики [40]. Воображаемые капилляр и источник излучения помещаются по другую сторону от плоскости  $z = -z_1$  так, чтобы геометрия задачи стала симметричной относительно этой плоскости. В итоге решение уравнения (3.1), удовлетворяющее всем необходимым граничным условиям (3.9–3.11), записывается в виде суммы выражений (3.13) или (3.14) и членов типа (3.15) или (3.17), соответствующих двум различным капиллярам и источникам света.

### 3.3 Сравнение теоретических результатов с экспериментальными — I

В настоящем разделе мы проведем сопоставление теоретических результатов, соответствующих случаю “широкого” пучка ( $b > \ell^*$ ) с

данными, полученными экспериментально.<sup>1</sup> Краткое описание экспериментальной установки приводится в приложении Б. Более подробно методика проведения экспериментов изложена в работе [136].

### 3.3.1 ДВС в присутствии локализованного в пространстве ламинарного потока рассеивателей

Нормированные автокорреляционные функции  $g_1(\tau) = G_1(\tau)/G_1(0)$  рассеянного назад (диффузно отраженного) света показаны на рис. 3.3 для различных положений  $z$  капилляра при фиксированной его координате  $y = 0$  и заданном объемном расходе суспензии  $Q$ . Через капилляр проходит та же самая суспензия, какой заполнен весь объем образца (см. приложение А). Теоретический расчет проводился по формулам (3.13, 3.15) при  $\tau_f < \infty$ ,  $\tau_0^{in} = \tau_0^{out}$ .

Как видно из этого рисунка, влияние динамической неоднородности существенно только в пределах определенного диапазона временных задержек  $\tau$ . Как при достаточно малых, так и при больших  $\tau$  корреляционная функция определяется броуновским движением частиц. При малых значениях  $\tau$  это связано с различным характером временной зависимости членов, описывающих декорреляцию, обусловленную броуновским и направленным движениями рассеивателей. Для броуновского движения декорреляция  $\propto \sqrt{\tau/\tau_0^{in}}$ , в то время, как для направленного движения потеря корреляции  $\propto \tau/\tau_f$ . При достаточно малых  $\tau$  первый вклад становится больше второго, и поэтому влияние направленного движения рассеивателей на корреляционную функцию пренебрежимо мало при  $\tau \rightarrow 0$ .

При больших  $\tau$  поведение корреляционной функции легко объяс-

---

<sup>1</sup> Приводимые в настоящем разделе экспериментальные результаты были получены М. Хекмайером и Г. Маретом (Институт им. Шарля Садрона, Центр исследования макромолекул, Страсбург, Франция).

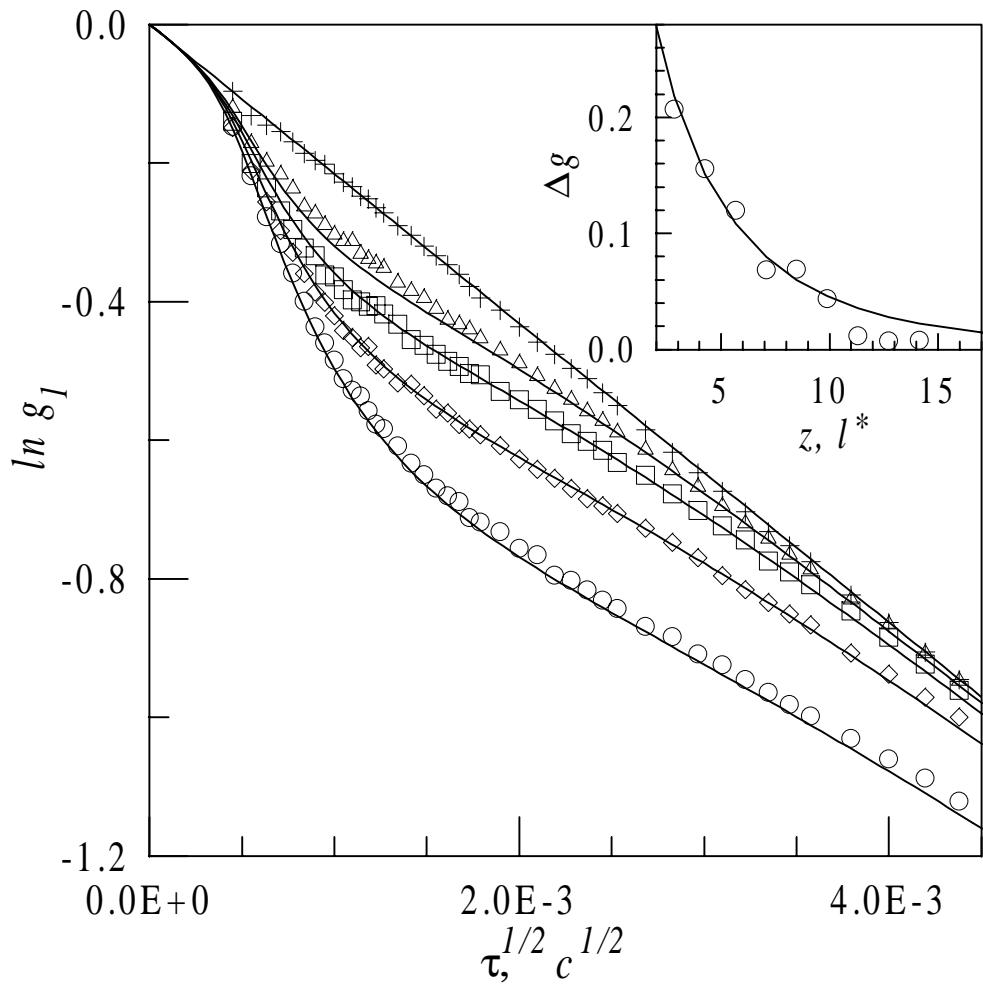


Рис. 3.3: Рассчитанные теоретически (линии) и измеренные в эксперименте (символы) автокорреляционные функции для различных положений  $z$  капилляра:  $z = 2.8\ell^*$  ( $\circ$ ),  $z = 4.2\ell^*$  ( $\diamond$ ),  $z = 5.7\ell^*$  (квадраты) и  $z = 7.1\ell^*$  ( $\Delta$ ) при  $y = 0$  и  $Q = 0.50$  мл/с. Верхняя прямая (+) соответствует однородной среде ( $Q = 0$ ). На вставке рассчитанные теоретически (линии) и измеренные ( $\circ$ ) максимальные отклонения  $\Delta g$  показаны для различных  $z$ . Параметры образца приведены в приложении Б.

няется на основе соответствия между длинными временами корреляции и короткими длинами траекторий рассеянных фотонов [25]. Действительно, поскольку потеря корреляции  $\propto n\sqrt{\tau/\tau_0^{in}}$  для броуновского и  $\propto n(\tau/\tau_f)$  для направленного движения рассеивателей, при малых  $\tau$  заметный вклад в декорреляцию излучения вносят только фотоны, претерпевшие относительно большое число актов рассеяния  $n$ , а значит и имеющие наиболее длинные траектории. При больших  $\tau$  эти фотоны уже полностью декоррелированы, и поведение корреляционной функции определяется фотонами, претерпевшими относительно небольшое число актов рассеяния и, следовательно, имеющими относительно короткие траектории. Таким образом, с ростом  $\tau$  поведение  $g_1(\tau)$  определяется фотонами, имеющими все более и более короткие траектории. Поэтому при больших  $\tau$  фотоны, определяющие поведение  $g_1(\tau)$ , просто не достигают капилляра, помещенного на конечной глубине внутри среды. Вследствие этого его влияние на корреляционную функцию при больших  $\tau$  мало.

На вставке рис. 3.3 показана величина максимального отклонения  $\Delta g$  корреляционной функции  $g_1(\tau)$  в присутствии потока от ее значения для макроскопически однородной среды (см. (2.30)) При малых  $z$  эта величина имеет достаточно большое, легко измеримое значение. С ростом  $z$ , однако, она быстро убывает и при  $z > 15 \div 20\ell^*$  становится меньше 1% от значения  $g_1(\tau_{max})$  (см. п. 2.2.4). Отметим хорошее соответствие теоретических и экспериментальных результатов, подтверждающее применимость построенной теории к реальным экспериментальным ситуациям, и подчеркнем, что все параметры ( $\ell^*$ ,  $\gamma$ ,  $d$ ,  $\tau_0^{in,out}$ ,  $Q$ ), использованные при построении теоретических кривых на рис. 3.3, были измерены независимо (см. приложение Б).

На рис. 3.4 представлены корреляционные функции для различных значений объемного расхода  $Q$ . Здесь соответствие между теорией

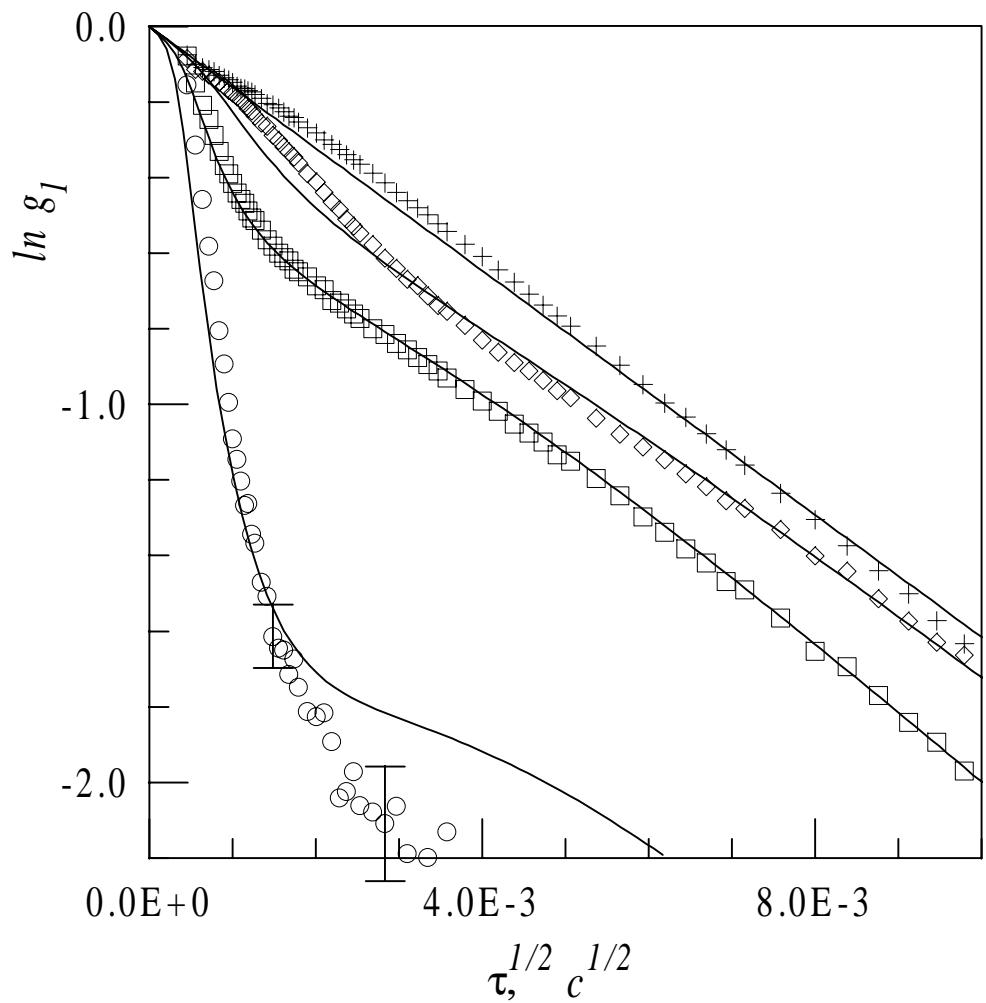


Рис. 3.4: Рассчитанные теоретически (линии) и измеренные в эксперименте (символы) автокорреляционные функции при различных объемных расходах  $Q$ :  $Q = 0.90 \text{ мл/с}$  ( $\circ$ ),  $Q = 0.50 \text{ мл/с}$  (квадраты),  $Q = 0.22 \text{ мл/с}$  ( $\diamond$ ),  $Q = 0$  (+) для капилляра, помещенного на глубине  $z = 2.8\ell^*$  при  $y = 0$ . Параметры образца приведены в приложении Б.

и экспериментом несколько хуже, особенно при наибольшем значении  $Q$ . Это объясняется тем, что при больших  $Q$  характерное время  $\tau_f$  становится достаточно малым, и с ростом  $\tau$  нарушается условие  $\tau < \tau_f$ .<sup>1</sup> Вследствие этого при больших  $\tau$  теория дает результаты, расходящиеся с экспериментальными. Кроме того, на рис. 3.4 отчетливо видно небольшое расхождение теоретических и экспериментальных результатов даже при  $Q = 0$ . Оно обусловлено, по-видимому, конечным размером лазерного пучка, используемого при постановке эксперимента, в то время, как теоретические кривые построены для плоской волны.

Наконец, на рис. 3.5 показаны рассчитанные и измеренные значения  $\Delta g$  как функции координаты  $y$  при фиксированном  $z$ . Здесь теоретические и экспериментальные результаты согласуются в пределах ошибок измерения. Ширина кривой  $\Delta g(y)$  оказывается порядка диаметра капилляра. Таким образом, анализ рис. 3.5 позволяет оценить диаметр капилляра с точностью порядка  $1 \div 5\ell^*$ .

### 3.3.2 ДВС при наличии в среде области с менее интенсивным броуновским движением рассеивателей

Рассматриваемая нами методика локализации и диагностики находящихся в глубине сильно рассеивающей свет случайно-неоднородной среды динамических неоднородностей не ограничивается лишь случаем различных типов движения рассеивателей внутри и вне неоднородности, дающих по разному зависящие от  $\tau$  вклады в корреляционную функцию  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$ . Динамический контраст между средой и помещенным в нее объектом может также обеспечиваться различной интенсивностью броуновского движения частиц внутри и вне объекта.

Снова рассмотрим случай, когда динамическая неоднородность

---

<sup>1</sup> $\tau_f^{1/2} = 1.02 \times 10^{-2} c^{1/2}$  при  $Q = 0.22$  мл/с,  $\tau_f^{1/2} = 6.77 \times 10^{-3} c^{1/2}$  при  $Q = 0.50$  мл/с и  $\tau_f^{1/2} = 5.04 \times 10^{-3} c^{1/2}$  при  $Q = 0.90$  мл/с.

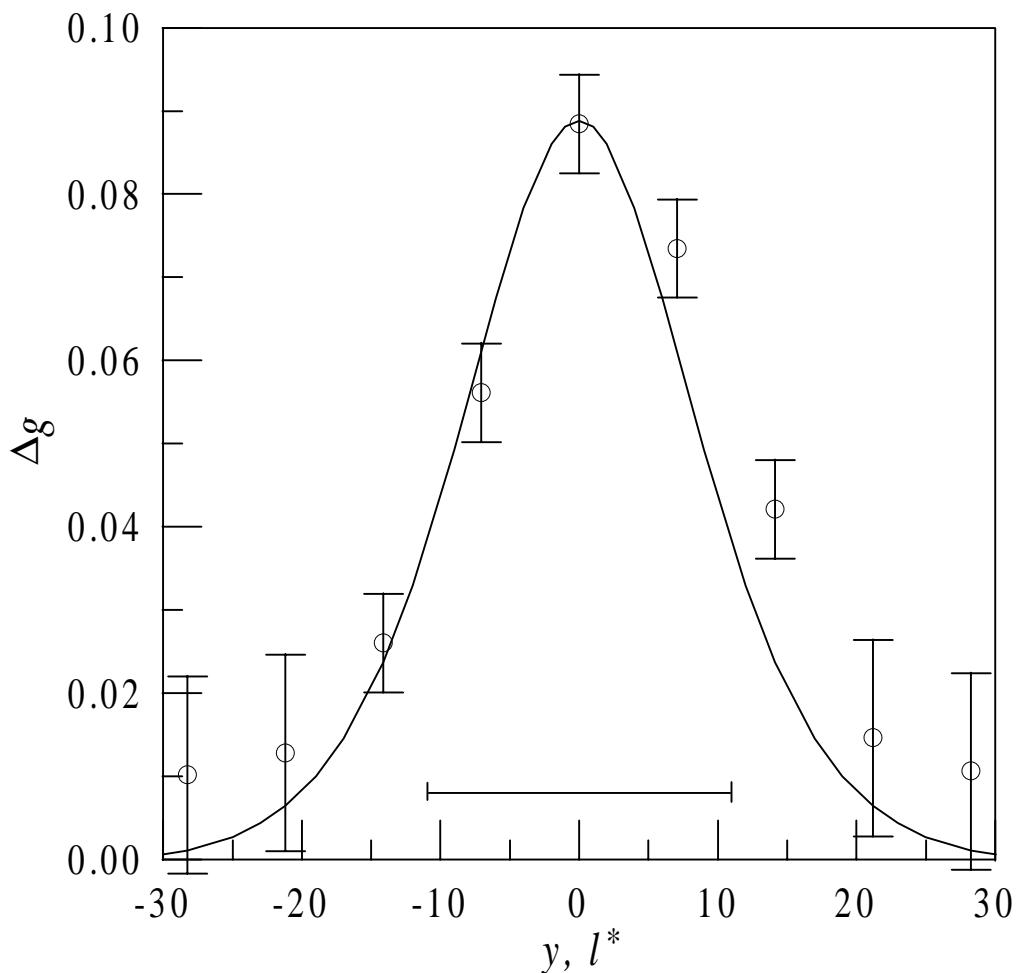


Рис. 3.5: Максимальное отклонение  $\Delta g$  для различных  $y$  при  $z = 7.1\ell^*$  и  $Q = 0.50$  мл/с. Непрерывной линией показана расчетная кривая; символы соответствуют экспериментальным точкам. Горизонтальным отрезком в нижней части рисунка обозначен диаметр капилляра. Параметры образца приведены в приложении Б.

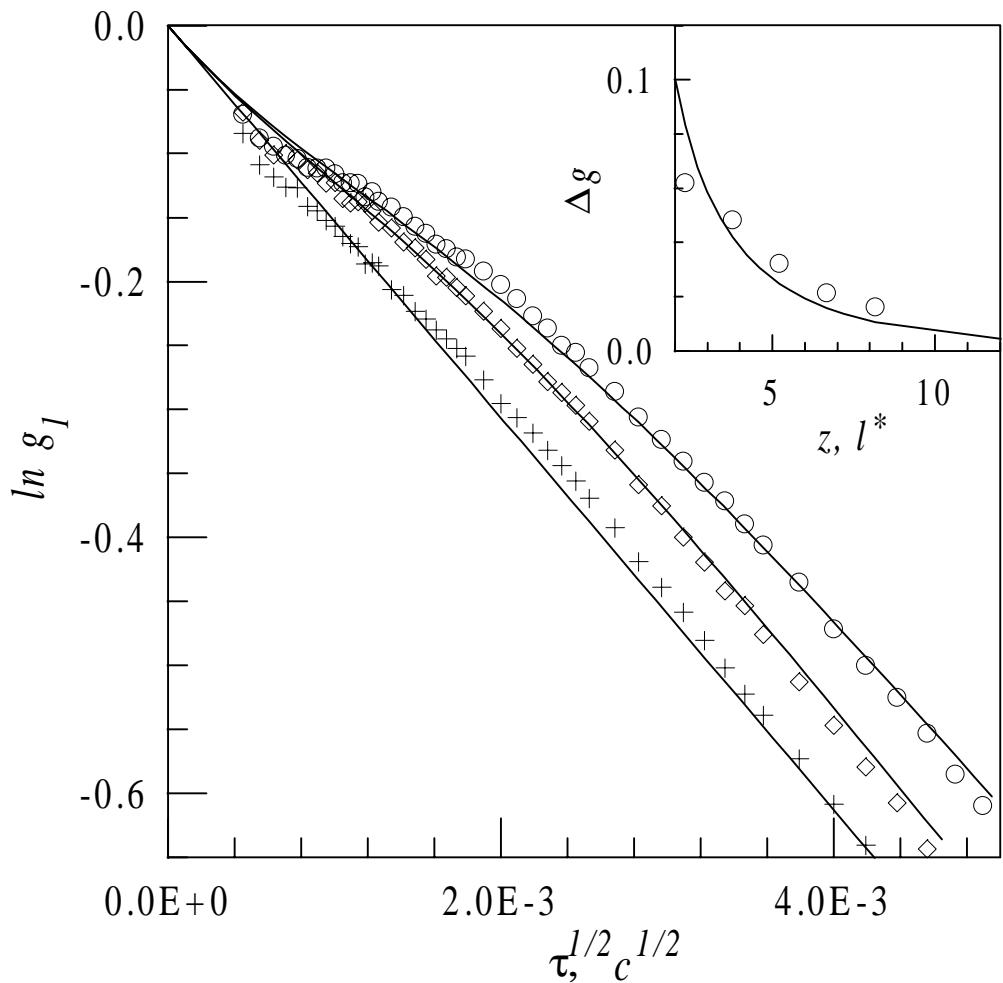


Рис. 3.6: Временные автокорреляционные функции для различных положений цилиндрического капилляра ( $D_B^{out} = 3.55 \times 10^{-12} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $D_B^{in} = 2.09 \times 10^{-13} \text{ м}^2/\text{с}$ ):  $z = 2.9\ell^*$  ( $\circ$ ),  $z = 5.22\ell^*$  ( $\diamond$ ),  $z \rightarrow \infty$  ( $+$ ). Непрерывные линии соответствуют теоретическим кривым. На вставке измеренные ( $\circ$ ) и рассчитанные (линия) максимальные отклонения  $\Delta g$  показаны для различных  $z$ . Параметры образца приведены в приложении Б.

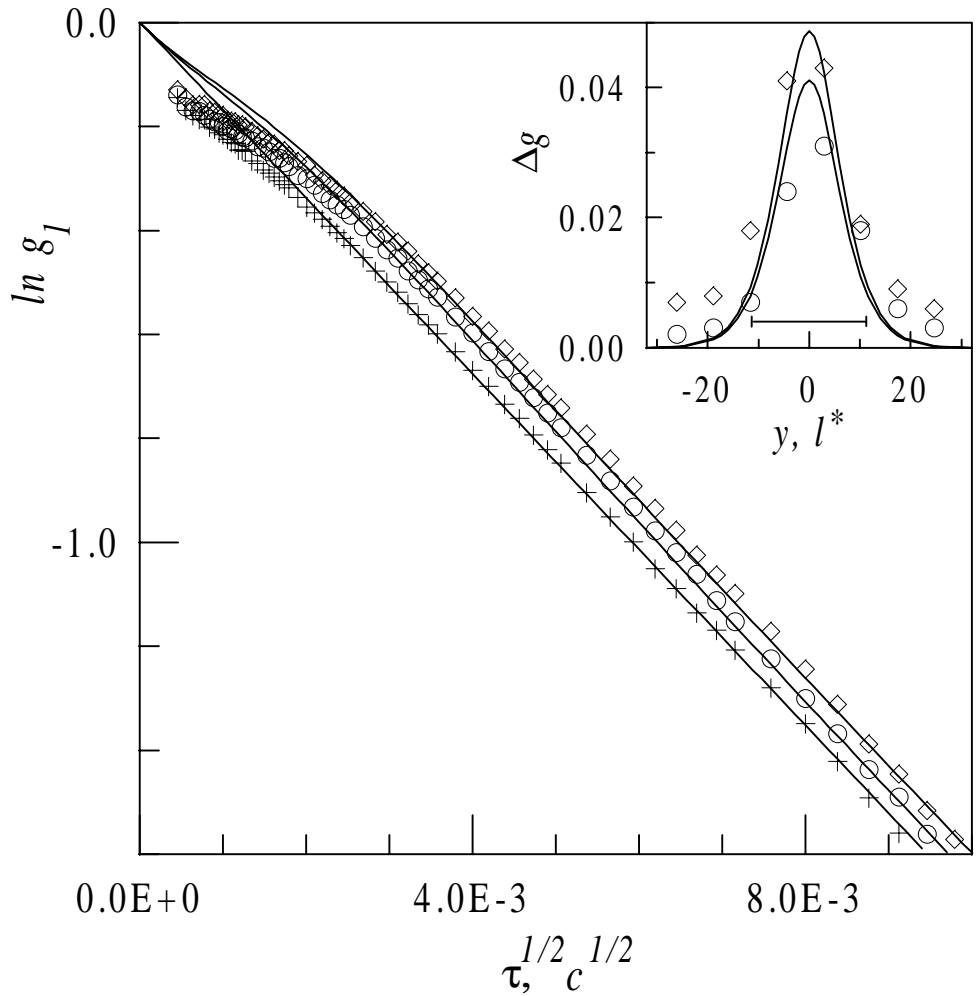


Рис. 3.7: Временные автокорреляционные функции для цилиндрических объектов со значениями  $D_B^{in} = 2.09 \times 10^{-13} \text{ м}^2/\text{с}$  ( $\diamond$ ),  $D_B^{in} = 6.08 \times 10^{-13} \text{ м}^2/\text{с}$  ( $\circ$ ),  $D_B^{in} = D_B^{out} = 3.55 \times 10^{-12} \text{ м}^2/\text{с}$  (+). Капилляр помещен на глубину  $z = 3.77\ell^*$  при  $y = 2.9\ell^*$ . На вставке  $\Delta g$  показано для различных  $y$  при  $z = 3.77\ell^*$ . Непрерывные линии соответствуют теоретическим кривым, а диаметр капилляра показан горизонтальным отрезком. Параметры образца приведены в приложении Б.

имеет форму цилиндрического капилляра, в котором, однако, теперь потока частиц нет. Вместо этого капилляр заполняется суспензией рассеивающих свет частиц, имеющей ту же величину  $\ell^*$ , что и окружающая капилляр среда, но иное значение коэффициента диффузии частиц ( $D_B^{in} \neq D_B^{out}$ ). Для описания этого случая необходимо в формулах п. 3.2.3 положить  $\tau_f \rightarrow \infty$  (нет потока),  $\tau_0^{in} \neq \tau_0^{out}$ . В остальном расчет аналогичен проведенному выше для случая направленного потока частиц.

На рис. 3.6 представлены корреляционные функции рассеянного назад света, рассчитанные по формулам (3.13, 3.15). Символами изображены результаты экспериментальных измерений. Поскольку в эксперименте, данные которого приведены на рис. 3.6, броуновское движение частиц внутри капилляра было менее интенсивно, чем вне него ( $D_B^{in} < D_B^{out}$ ), в присутствии неоднородного включения корреляционная функция убывает медленнее. Отметим, что теперь характер зависимости декорреляции от временной задержки  $\tau$  одинаков как внутри, так и вне капилляра. Поэтому влияние динамической неоднородности заметно при сколь угодно малых, но конечных  $\tau$ . При малых  $\tau$ , однако, поведение корреляционной функции определяется фотонами, имеющими достаточно длинные траектории (см. п. 3.3.1), поэтому относительный вклад области капилляра в общую декорреляцию становится все меньше и меньше с убыванием  $\tau$  (ввиду малости объема капилляра по сравнению с объемом всего образца). На рис. 3.7 временные корреляционные функции показаны для различных размеров рассеивающих частиц (а следовательно и различных  $D_B^{in}$  и  $\tau_0^{in}$ ) внутри капилляра. На вставке показаны поперечные профили  $\Delta g$ . Ширина этих профилей позволяет оценить диаметр капилляра. Хотя теперь динамический контраст существенно меньше, чем в случае ламинарного течения рассеивателей, он, тем не менее, измерим.

### 3.4 Сравнение теоретических результатов с экспериментальными — II

В настоящем разделе мы проведем сравнение результатов, к которым приводит рассматриваемая в настоящей главе теоретическая модель, с результатами экспериментальных измерений.<sup>1</sup> Измерения проводились на установке, кратко описанной в приложении В (см. рис. 3.2). Детальное описание методики измерений дано в работе [138].

Основное отличие экспериментов, результаты которых приводятся ниже, от экспериментов, рассмотренных в п. 3.3, состоит в том, что, излучение подводилось к образцу с помощью волоконных световодов (см. рис. 3.2). Поэтому падающую на среду световую волну нельзя считать плоской; вместо этого необходимо использовать модель точечного источника излучения. Кроме того, использованный в экспериментах образец состоял из неподвижных частиц, а движение рассеивателей имело место только в области динамической неоднородности, имеющей форму цилиндрического капилляра. В силу вышесказанного, для теоретического описания результатов рассматриваемых в настоящем разделе экспериментов целесообразно использовать формулы (3.14, 3.17), в которых необходимо положить  $\alpha_{out} = 0$ .

#### 3.4.1 ДВС в присутствии локализованного в пространстве ламинарного потока рассеивателей

Рассмотрим сначала случай, когда в капилляре создается ламинарный направленный поток рассеивающих свет частиц. На рис. 3.8 показана нормированная автокорреляционная функция  $g_1(\tau)$  рассеянного излучения, рассчитанная при значениях параметров задачи, близких к исполь-

---

<sup>1</sup>Приводимые в настоящем разделе экспериментальные результаты были получены И.В. Меглинским (Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия).

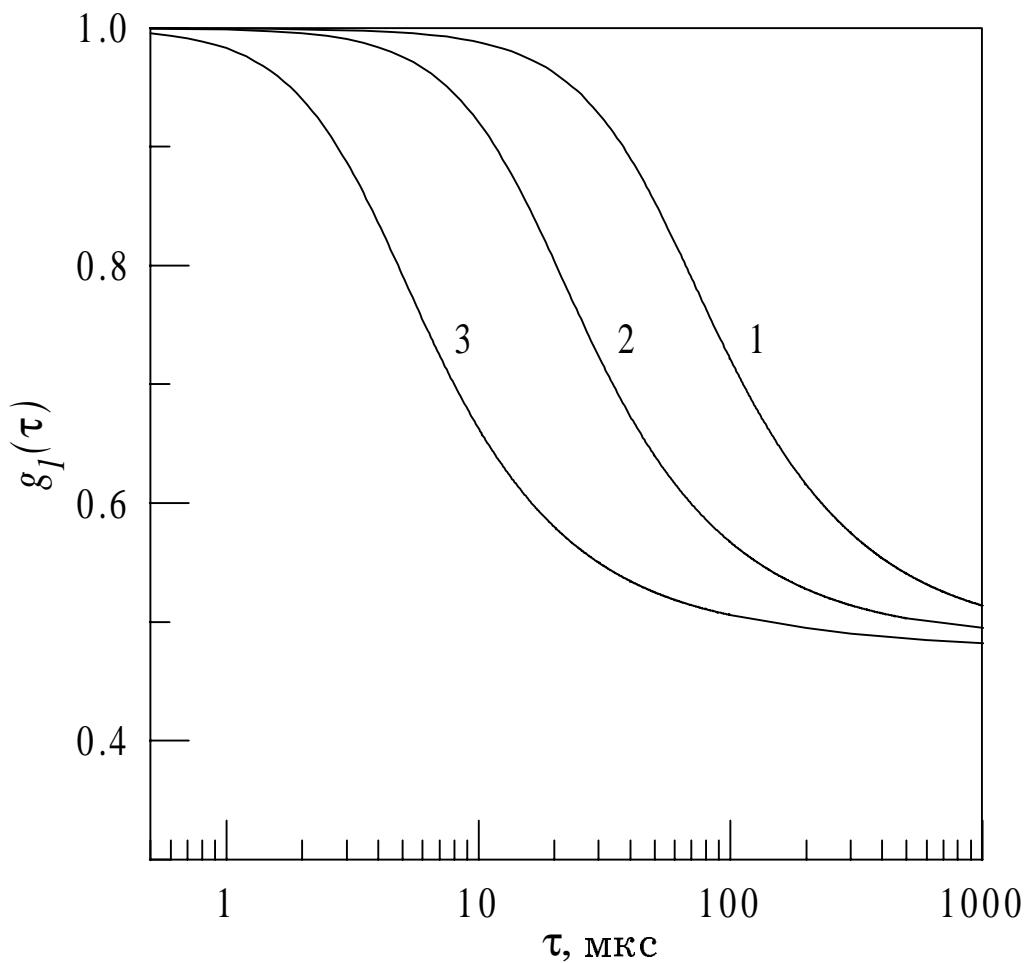


Рис. 3.8: Нормированная временна́я автокорреляционная функция многократно рассеянного излучения, рассчитанная в диффузационном приближении для случая, когда источник излучения и детектор расположены симметрично относительно капилляра ( $x = 0$ ,  $y = -y_s = 2.5\ell^*$ ,  $z = 3.5\ell^*$ ,  $d = 3\ell^*$ ,  $z_0 = z_1 = \ell^*$ ,  $\tau_0 = 6 \times 10^{-4}$  с). Параметры среды взяты близкими к описанным в приложении В. Различные кривые соответствуют различным скоростям потока:  $\langle v \rangle = 0.1$  см/с (1),  $\langle v \rangle = 0.6$  см/с (2),  $\langle v \rangle = 3$  см/с (3).

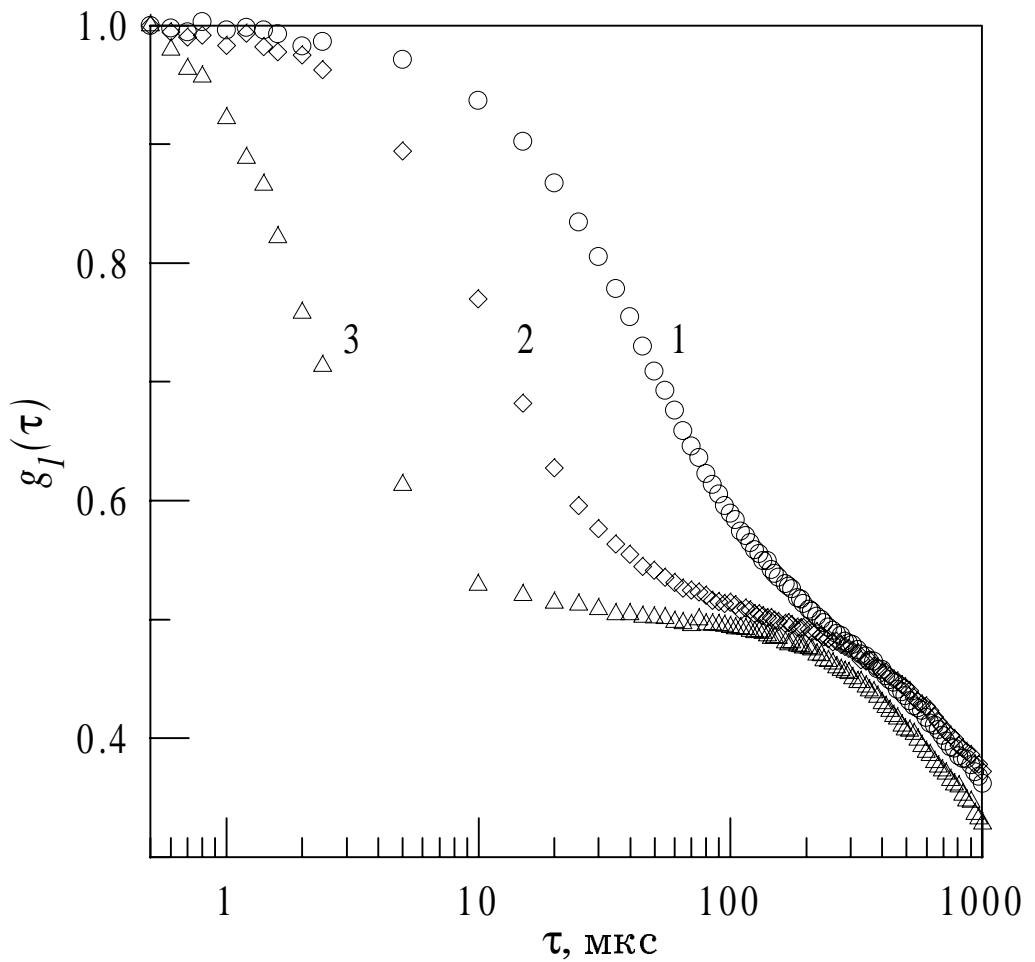


Рис. 3.9: Измеренная экспериментально нормированная временная автокорреляционная функция многократно рассеянного излучения для изображенной на рис. 3.2 схемы эксперимента. Источник излучения и детектор расположены симметрично относительно капилляра ( $x = 0$ ,  $y = -y_s = 2.5\ell^*$ ). Параметры образца приведены в приложении В. Различные кривые соответствуют различным скоростям потока:  $\langle v \rangle = 0.08$  см/с (1),  $\langle v \rangle = 0.62$  см/с (2),  $\langle v \rangle = 3.22$  см/с (3). Ошибки измерений находятся в пределах размера символов на рисунке.

зованным в эксперименте. Соответствующие экспериментальные точки приведены на рис. 3.9. Как видно из этих рисунков, к изменению скорости потока жидкости внутри динамической области наиболее чувствителен участок корреляционной функции в ограниченном диапазоне временных задержек  $\tau$  ( $1 < \tau < 400$  мкс в условиях рассматриваемого эксперимента). Причины незначительного влияния потока на  $g_1(\tau)$  при больших ( $\tau > 400$  мкс) и малых ( $\tau < 1$  мкс) временах задержки обсуждались в п. 3.3.1. Кроме того, при  $\tau < 1$  мкс на корреляционную функцию большое влияние оказывает малое, но ненулевое поглощение света в среде,<sup>1</sup> которое примерно одинаково как внутри, так и вне капилляра.

При  $\tau \sim 50 \div 200$  мкс заметна тенденция к насыщению  $g_1(\tau)$  на постоянный уровень, не зависящий от скорости потока. Этот факт был нами теоретически предсказан в разделе 2.2.3 и легко может быть качественно объяснен на основе соответствия между короткими траекториями фотонов в среде и большими временами задержки  $\tau$  [25, 26]. При больших  $\tau$  скорость убывания  $g_1(\tau)$  в основном определяется фотонами, имеющими относительно короткие траектории, поскольку электроны, имеющие длинные траектории, уже полностью декоррелированы. Среди имеющих короткие траектории оказываются в основном электроны, не достигающие капилляра и, вследствие этого, рассеивающиеся на статических рассеивателях. Поэтому убывание теоретически рассчитанной  $g_1(\tau)$  при  $\tau \rightarrow \infty$  прекращается, а сама  $g_1(\tau)$  стремится к константе, не равной нулю. Величина этой константы определяется исключительно глубиной положения капилляра. Чтобы ее оценить, воспользуемся результатами п. 2.2.3. На их основе эту константу можно оценить как  $1 - (z_0 + z_1)/z \simeq 0.55$  для использованного в нашем эксперименте об-

---

<sup>1</sup>Поглощение “обрезает” длинные траектории фотонов, которые оказывают наибольшее влияние на  $g_1(\tau)$  при малых  $\tau$ .

разца ( $z_0 = \ell^*$ ,  $z_1 = 0.7104\ell^*$ ,  $z = 3.7\ell^*$ ). С учетом того, что в 2.2.3 рассматривается ламинарный поток рассеивающих свет частиц в плоскокоралльном слое, а не в цилиндрическом капилляре, соответствие этой оценки реальности можно признать удовлетворительным.

Как видно из рис. 3.9, экспериментально измеренная корреляционная функция, хотя и имеет тенденцию к насыщению при  $\tau \sim 50 \div 200$  мкс, все же продолжает убывать при  $\tau > 200$  мкс, в отличие от рассчитанной теоретически (рис. 3.8). Это связано с эффектами, не учтенными нашей теоретической моделью (в частности, с методом усреднения, вибрацией элементов оптической схемы, шумами ФЭУ и т.д.).

Отметим, что теоретические и экспериментальные результаты, приведенные на рис. 3.8 и 3.9, не только согласуются между собой качественно, но и весьма близки в количественном отношении. Количественное соответствие теоретических и экспериментальных результатов подтверждает адекватность нашей теоретической модели физической реальности.

### **3.4.2 Возможность использования ДВС для изучения различных типов динамики рассеивающих свет частиц**

Предлагаемый метод изучения динамики частиц в динамически неоднородных случайно-неоднородных средах можно с одинаковым успехом использовать при различных типах динамики рассеивателей в среде. В качестве иллюстрации на рис. 3.10 представлены результаты измерений автокорреляционной функции рассеянного назад излучения для случаев броуновского, направленного и турбулентного движений рассеивающих свет частиц в капилляре. Для получения турбулентного потока жидкости использование системы из расположенных на разной высоте сообщающихся сосудов оказалось недостаточным, т.к. такая система не дает возможности достичь критического числа Рейнольдса на исследуемом

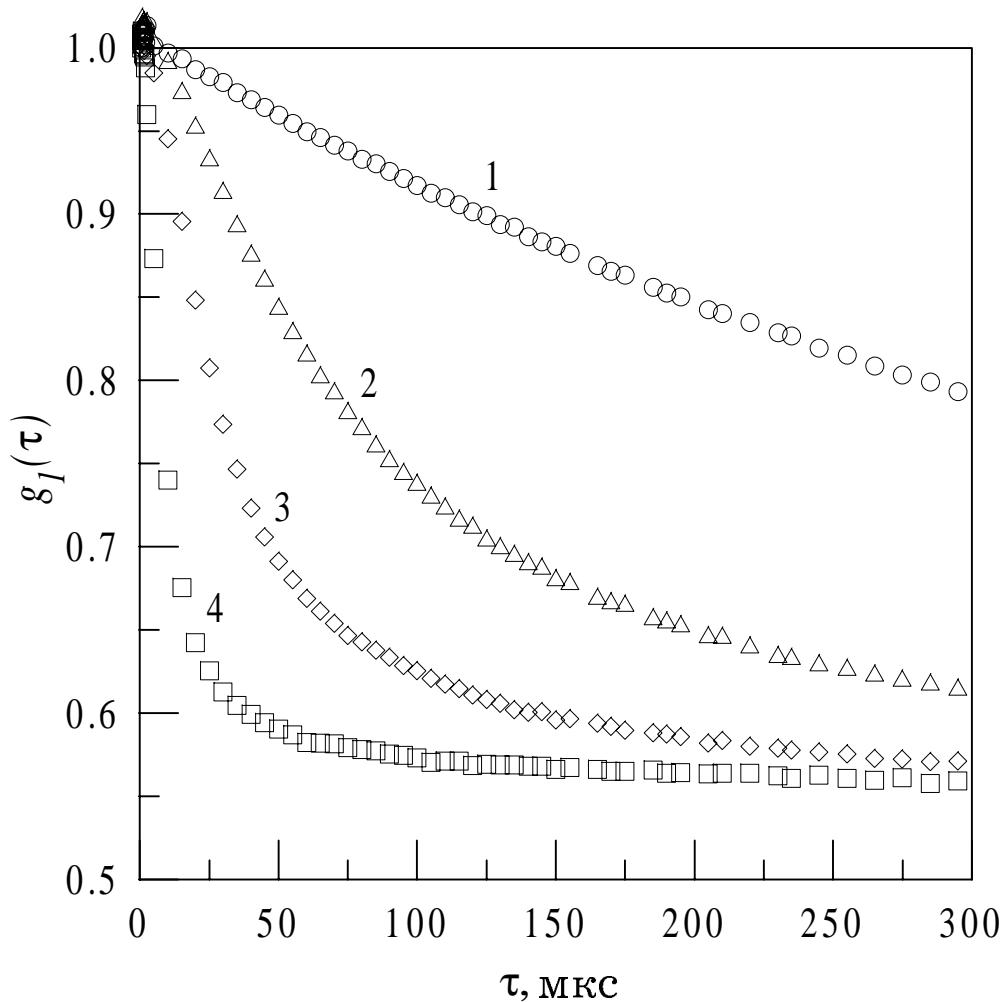


Рис. 3.10: Нормированная временная автокорреляционная функция многократно рассеянного излучения, измеренная при различных типах движения рассеивателей в капилляре: броуновское движение (1), ламинарное течение со скоростями  $\langle v \rangle = 0.08$  см/с (2) и  $\langle v \rangle = 0.24$  см/с (3), турбулентное течение с  $\langle v \rangle = 0.88$  см/с (4). Остальные параметры те же, что и для кривых, приведенных на рис. 3.9 (см. также приложение В). Ошибки измерений находятся в пределах размера символов на рисунке.

прямолинейном участке капилляра. Поэтому турбулентное движение рассеивателей в цилиндрической полости внутри исследуемого образца достигалось искусственно с помощью сопло, установленного на входном отверстии капилляра.

Как видно из рис. 3.10, разные типы движения частиц приводят к различным временными зависимостям  $g_1(\tau)$ . Этот вывод следует и из теоретического анализа: для броуновского движения дисперсия разности фаз  $\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle$  двух фотонов, последовательно рассеявшимся на одних и тех же частицах среды в моменты времени, разделенные промежутком  $\tau$ , пропорциональна  $\tau$  [89, 90]. Для ламинарного и турбулентного потоков  $\langle \Delta\varphi_n^2(\tau) \rangle \propto \tau^2$  [91, 92, 103], однако в последнем случае коэффициент пропорциональности при той же характерной скорости движения частиц больше.

Таким образом, методика ДВС дает возможность не только определять локализацию динамически неоднородной области (цилиндрического капилляра в нашем случае) и оценивать среднюю скорость движения частиц внутри нее, но и делать выводы о преобладающем характере движения рассеивателей. Отметим, что по причинам, разъясненным в п. 3.4.1, все кривые на рис. 3.10 при больших  $\tau$  стремятся к одной и той же асимптоте.

## Выводы к главе III

1. Диффузионное уравнение для временной автокорреляционной функции  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$  многократно рассеянного излучения можно получить не только в случае броуновского движения рассеивателей, но и при наличии в среде пространственно локализованных потоков.
2. Теоретически рассчитанные временные автокорреляционные функции света, многократно рассеянного в случайно-неоднородной

мутной среде с локализованным в пространстве потоком рассеивателей, хорошо согласуются с экспериментальными данными двух различных научных групп, что свидетельствует о корректности используемой модели.

3. Влияние динамически неоднородной области на автокорреляционную функцию диффузно отраженного излучения достаточно велико до тех пор, пока она расположена не далее, чем на расстоянии  $15 \div 20\ell^*$  от границы среды. При этом размер области может быть определен на основе экспериментально измеренных зависимостей  $G_1(\mathbf{r}, \tau)$  с точностью  $1 \div 5\ell^*$ .
  4. Методика диффузионно-волновой спектроскопии (ДВС) может быть использована для локализации и диагностики потоков в многократно рассеивающих свет случайно-неоднородных средах (даже при скоростях потока, составляющих всего несколько  $\text{мм}/\text{с}$ ), а также для определения положения и оценки характеристик областей более (или менее) интенсивного броуновского движения рассеивающих свет частиц.
-